

Die Gezeiten – eine schrittweise Einführung in ein komplexes Thema

Rainer Müller

Didaktik der Physik, TU Braunschweig,
Pockelsstr. 4, 38106 Braunschweig
(Eingegangen: 09.10.2008; Angenommen: 26.11.2008)

Kurzfassung

Die Gezeiten zählen zu den Themen im Physikunterricht, die notorisch von Lernschwierigkeiten begleitet sind. Deren Ursache liegt darin, dass hier verschiedene „Problemfälle“ der Physik zusammenkommen. Je nach Argumentationsmuster bei der Einführung der Gezeiten sind das (1) unanschauliche Bewegungen der beteiligten Körper Erde und Mond, (2) die Argumentation mit Zentripetal- bzw. Zentrifugalkräften und (3) die Schwerelosigkeit. Im vorliegenden Artikel wird für ein schrittweises Vorgehen vom Einfachen zum Komplexen plädiert. Die Stationen sind dabei: der frei fallende Kasten im inhomogenen Gravitationsfeld, Weltraumseile, das Jupiter-Io-System, das Sonne-Erde-System und erst zum Schluss das Erde-Mond-System.

1. Die Gezeiten – ein schwieriges Thema

Beeindruckende Naturphänomene, etwa der Regenbogen oder die Gezeiten, sind dankbare Themen für den Physikunterricht – leider jedoch keine einfachen. Die Gezeiten und der Regenbogen haben zwei Dinge gemein: (1) Jeder kennt sie und die meisten interessieren sich für ihre Entstehung; (2) ihre physikalisch korrekte Erklärung ist weitaus komplexer als es zunächst den Anschein hat.

Wie kommen die Gezeiten zustande? Es ist Gemeingut, dass das Strömen der Wassermassen bei Ebbe und Flut etwas mit der Gravitationsanziehung des Mondes zu tun hat. Die Schwierigkeit liegt darin, zu erklären, warum die Gezeiten einen etwa halbtägigen Rhythmus haben, warum es also zwei Flutberge (auf der mondzugewandten und der mondabgewandten Seite der Erde) gibt.

Schöne Zusammenfassungen der verschiedenen Erklärungsansätze und der dabei auftretenden Lernschwierigkeiten geben Priemer und Schön [1] sowie Brauner [2]. Priemer und Schön identifizieren zwei verschiedene Arten von Erklärungsansätzen:

(1) „Umwälzbewegung“ oder „Revolution ohne Rotation“: Erde und Mond bewegen sich um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Von der Eigenrotation der Erde wird für den Moment abgesehen. Alle Punkte der Erde durchlaufen dann Kreisbahnen mit gleichem Radius, aber um jeweils verschiedene Mittelpunkte. Die Erde bewegt sich in diesem Modell „wie die Pfanne in der Hand eines Kochs“ [3]. Die Gezeitenkraft an jedem Ort ergibt sich dann als Differenz der Gravitationskraft des Mondes und der Zentripetalkraft der Umwälzbewegung.

Anstatt im Inertialsystem die Zentripetalkraft zur Erklärung heranzuziehen kann man auch in einem rotierenden Bezugssystem mit der Zentrifugalkraft

argumentieren. Hierbei tritt allerdings die Schwierigkeit auf, dass man sich (wegen der verschiedenen Mittelpunkte der Umwälzbewegung) für jeden Punkt der Erde in ein anderes rotierendes Bezugssystem begeben muss.

Zur Visualisierung der wenig anschaulichen Umwälzbewegung wurden Folienmodelle [4] und Computersimulationen [5] vorgeschlagen. Auch im Internet findet man verschiedene Visualisierungshilfen [6].

(2) „Fallbewegung“: Der zweite Ansatz betrachtet Gezeitenkräfte als Abweichung von der Schwerelosigkeit im freien Fall [7-11]. In einem inhomogenen Gravitationsfeld wirken auf einen ausgedehnten Körper an verschiedenen Orten unterschiedliche Gravitationskräfte. Nur im Schwerpunkt des frei fallenden Körpers herrscht Schwerelosigkeit. Das Auftreten der Gezeiten wird dadurch erklärt, dass „der starre Körper Erde nur eine Beschleunigung gegen den Mond annehmen kann, während die beweglichen Wasserteile auf der Erde je nach ihrer Lage verschiedene Beschleunigungen erfahren“ [7].

Beide Ansätze sind nicht frei von Problemen. Die Ursache liegt in der sehr komplizierten relativen Bewegung von Erde und Mond und der Tatsache, dass der Mond der kleinere Körper von beiden ist.

- a) Die tägliche und die monatliche Rotation von Erde und Mond sind für das Verständnis der Phänomene beide erforderlich, lassen sich gedanklich zusammen jedoch nur schwer erfassen.
- b) Die Gezeiten auf der Erde gehen auf den Einfluss des Mondes zurück. Man betrachtet also einen Einfluss des kleineren auf den größeren Körper. Das widerspricht den Denkgewohnheiten, die eher nach einem umgekehrten Einfluss suchen.

- c) Die Wirkungsrichtung „klein \rightarrow groß“ geht damit einher, dass der Mond die Bewegung der Erde nur geringfügig beeinflusst. Während man in guter Näherung sagen kann, dass der Mond um die Erde kreist, kann man umgekehrt nur sagen, dass die Erde sich um den gemeinsamen Schwerpunkt bewegt, der noch in ihrem Innern liegt. Obwohl der Einfluss des Mondes auf die Erde nur klein ist, ist er entscheidend für die Entstehung der Gezeiten.
- d) Beim „Umwälzbewegungs-Ansatz“ ist es schwierig zu verstehen, warum man mit einer Erde argumentiert, deren Orientierung im Raum sich nicht verändert, warum man also von der Eigenrotation der Erde absieht. Man kann nicht argumentieren, es sei „in Wirklichkeit“ so, denn das ist nicht der Fall. Die Erde rotiert in Wirklichkeit. Die Aufteilung in Rotations- und Umwälzbewegung und das Absehen von ersterer wird im Grunde nur dadurch gerechtfertigt, dass es zum Erfolg führt.
- e) Diese Aufteilung ist unanschaulich. Es ist nicht leicht zu sehen, dass alle Punkte der Erde Kreise mit gleichem Radius zurücklegen (durch die erwähnten Visualisierungshilfen wird es aber erleichtert).
- f) Der zur Erklärung notwendige Rückgriff auf Zentripetal- bzw. Zentrifugalkräfte zieht seinerseits wieder die allseits bekannten Probleme nach sich.
- g) Auch beim „Fallbewegungs“-Ansatz bereitet die Wirkungsrichtung „klein \rightarrow groß“ Schwierigkeiten. Es ist nicht einfach, sich die Erde als frei fallend im Gravitationsfeld des Mondes aufzufassen. Dass der Mond „um die Erde fällt“, lässt sich plausibel machen. Aber dass die Erde kreisförmig um einen Punkt in ihrem Innern fällt, ist eine nicht alltägliche Vorstellung.
- h) Schließlich ist die Schwerelosigkeit im freien Fall eines der am schwierigsten zu verstehenden Themen in der klassischen Mechanik – was durch die Tatsache belegt wird, dass ihre Existenz in den mehr als 200 Jahren zwischen Newton und Einstein offenbar niemandem aufgefallen ist.

2. Schrittweises Angehen des Themas

Die angesprochenen Probleme lassen sich nicht in dem Sinn lösen, dass man sie mit einem geschickten Kniff einfach aus der Welt schafft. Aber sie lassen sich isolieren und einzeln in vereinfachten Situationen betrachten. Ein solcher schrittweise vorgehender Ansatz soll im vorliegenden Artikel vorgestellt werden. Der Weg soll nicht über die „Nordwand“ führen, wo man allen Schwierigkeiten in ihrer vollen Ausprägung gleichzeitig gegenübersteht, sondern weniger steil über einen gewundeneren Pfad mit mehreren Zwischenstationen. Die Höhe des Gipfels wird durch das Ansteuern der einfacheren Zwi-

chenstationen nicht geringer. Aber der Weg dorthin wird erleichtert [12].

Im Einzelnen werden in diesem Artikel vier Zwischenstationen vorgestellt, die man zur Vereinfachung der Komplexität des Themas nacheinander behandeln kann:

- Der frei fallende Kasten im inhomogenen Gravitationsfeld,
- Weltraumseile,
- Das Jupiter-Io-System,
- Das Sonne-Erde-System.

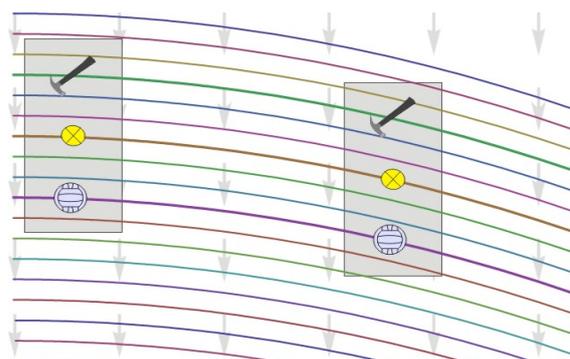


Abb. 1: Schwerelosigkeit im homogenen Gravitationsfeld: Die Wurfparabeln von Ball und Hammer verlaufen parallel zu der des Kasten-Schwerpunkts.

Sie alle sind konzeptionell einfacher als das Erde-Mond-System und erlauben das Erarbeiten der grundsätzlichen Physik, bevor man zur Entstehung der Gezeiten im Erde-Mond-System kommt.

Wegen der Schwierigkeiten, die Lernende mit beschleunigten Bezugssystemen haben, wird in diesem Artikel kein Gebrauch von ihnen gemacht. Alle Argumentationen beziehen sich auf ein Inertialsystem.

3. Frei fallender Kasten im inhomogenen Gravitationsfeld

3.1. Schwerelosigkeit im homogenen Gravitationsfeld

Das Phänomen der Schwerelosigkeit ist im Alltag aus den Fernsehberichten über Raumstationen und Parabelflüge bekannt. In einem solchen Zusammenhang wird es leichter akzeptiert werden als bei der direkten Anwendung auf das Erde-Mond-System.

Die Entstehung der Schwerelosigkeit wird anhand von Abb. 1 verdeutlicht. Ein Kasten (z. B. Flugzeug beim Parabelflug) befindet sich im freien Fall ohne Luftwiderstand in einem homogenen Gravitationsfeld. Die gekrümmten Linien sind Wurfparabeln. Es sind die Bahnen von waagrecht abgeworfenen Körpern. Drei frei fallende Körper sind eingezeichnet: Ein Ball, ein Hammer und der Kasten, dessen Schwerpunkt durch das gelbe Symbol markiert ist. Die Wurfparabeln verlaufen alle parallel. Kasten, Hammer und Ball fallen völlig unabhängig voneinander.

Hat man den Ball oder den Hammer vor Beginn des freien Falls auf eine Federwaage gelegt, wird diese während des freien Falls die Masse null anzeigen. Dies ist die operationale Definition von Schwerelosigkeit, die wir hier zugrunde legen wollen. Sie ist gleichbedeutend mit der Feststellung, dass aufgrund der parallelen Bahnen der Boden des Kastens während des Fallens keine Kraft auf die Gegenstände im Innern ausübt.

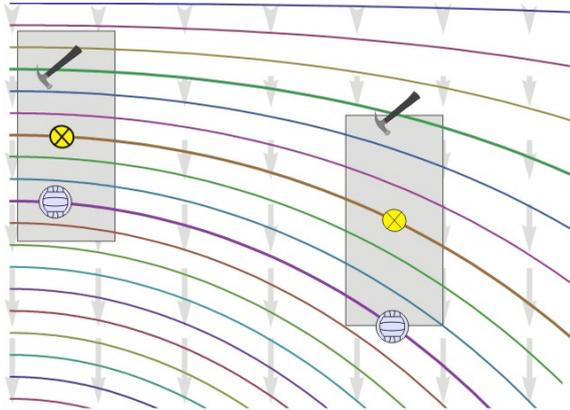


Abb. 2: Die Schwerkraft nimmt nach unten hin zu (graue Pfeile). Die Bahnen von Körpern im freien Fall laufen nicht mehr parallel.

3.2. Auseinanderdriften von Körpern im inhomogenen Gravitationsfeld

Anders sieht es in einem inhomogenen Gravitationsfeld aus, dessen Betrag sich von Ort zu Ort ändert. Diese Situation ist qualitativ in Abb. 2 dargestellt. Am oberen Bildrand ist das Gravitationsfeld null (die oberste Bahnkurve ist kaum gekrümmt). Nach unten wird es zunehmend stärker; die Schwerkraft wird größer. Entsprechend sind dort die Bahnkurven stärker gekrümmt.

Der Kasten folgt der Bahnkurve seines Schwerpunkts. Sie ist stärker gekrümmt als die Bahnkurve des Hammers, die weiter oben verläuft, aber weniger stark gekrümmt als die des Balls.

Ball und Hammer befinden sich im freien Fall und folgen deshalb ihren jeweiligen Bahnkurven. Weil diese wie in der Abbildung gezeigt immer weiter auseinander laufen, driften auch Ball und Hammer im Kasten auseinander. Sie werden schließlich von der Kastenwand gestoppt.

3.3. Gezeitenbeschleunigungen und -kräfte

Diese Relativbeschleunigung von Körpern im inhomogenen Gravitationsfeld nennt man Gezeitenbeschleunigung. Sie lässt sich als *Abweichung von der Schwerelosigkeit* erklären. Abb. 3 verdeutlicht, was damit gemeint ist. Nehmen wir der Einfachheit halber an, dass Kasten, Hammer und Ball die gleiche Masse besitzen. Wenn auf alle drei die gleiche Gravitationskraft wirkt, herrscht im freien Fall Schwerelosigkeit (mittleres Bild), verstanden im oben definierten operationalen Sinn.

Im inhomogenen Gravitationsfeld ist die Gravitationskraft allerdings oben schwächer und unten stärker (linkes Bild). Die Differenz führt zu einer Relativbeschleunigung der drei Körper (rechtes Bild). Die Teile der Gravitationskraft, die diese Relativbeschleunigung hervorrufen, nennt man Gezeitenkräfte. Sie treten auf, wenn ein ausgedehnter Körper in einem inhomogenen Gravitationsfeld frei fällt. Auf beiden Seiten des Körpers sind sie entgegengesetzt gerichtet.

Der im inhomogenen Gravitationsfeld fallende Kasten ist das einfachste Beispiel für das Auftreten von Gezeitenkräften. Alles Wesentliche kann man schon ablesen: die Tatsache, dass die Inhomogenität des Gravitationsfelds dafür verantwortlich ist und dass die Gezeitenkräfte auf beiden Seiten nach außen wirken (zwei Flutberge).

Nur nebenbei sei bemerkt, dass die hier eingeführte Definition sehr weit trägt: In der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Gezeitenbeschleunigung völlig analog durch das Auseinanderlaufen benachbarter Geodäten definiert („geodätische Abweichung“).

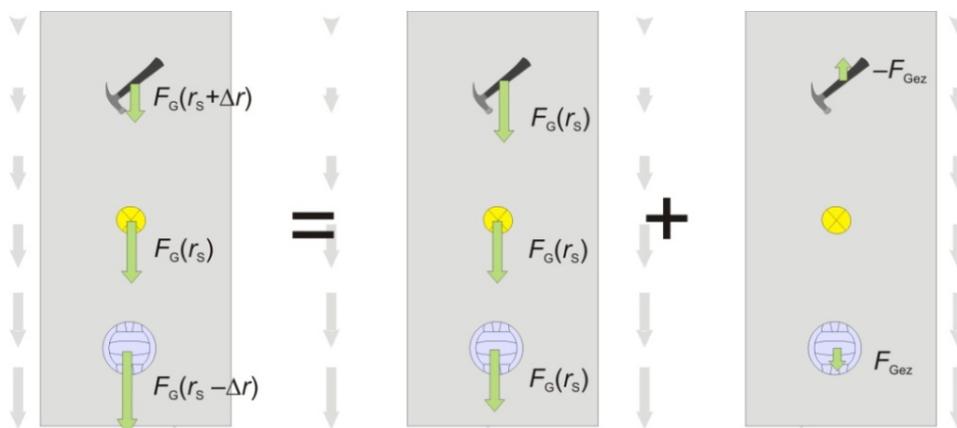


Abb. 3: Erklärung der Gezeiten als Abweichung von der Schwerelosigkeit (der Einfachheit halber sollen Kasten, Hammer und Ball die gleiche Masse haben)

3.4. Gezeitenkräfte im Gravitationsfeld eines Himmelskörpers

Bisher wurde nur qualitativ argumentiert und die genaue Form der Gravitationskraft nicht näher angegeben. Sehen wir uns zur quantitativen Beschreibung einen kugelsymmetrischen Himmelskörper an (Masse m_K). Die Gravitationskraft, die er auf eine Masse m im Abstand r ausübt, wird durch das Newtonsche Gravitationsgesetz beschrieben:

$$F_G(r) = -G \frac{m \cdot m_K}{r^2}. \quad \{1\}$$

Das Gravitationsfeld ist inhomogen; die Kraft variiert mit dem Abstand. Es werden Gezeitenkräfte auftreten.

Lassen wir den Kasten in diesem Gravitationsfeld fallen und nehmen wieder an, dass Kasten, Ball und Hammer jeweils die Masse m besitzen. Den Abstand zwischen Hammer und Schwerpunkt nennen wir Δr .

Die Gezeitenkraft ist die Differenz der Gravitationskräfte am Ort des Hammers und am Ort des Schwerpunkts (vgl. Abb. 3):

$$F_{Gez} = F_G(r_S + \Delta r) - F_G(r_S), \quad \{2\}$$

so dass

$$F_{Gez} = -G \cdot m \cdot m_K \left(\frac{1}{(r_S + \Delta r)^2} - \frac{1}{r_S^2} \right). \quad \{3\}$$

Der Kasten soll wesentlich kleiner sein als r_S . In guter Näherung soll $\Delta r \ll r_S$ gelten. Daher kann man nach Ausklammern von r_S im Nenner die Näherungsformel $(1 \pm \epsilon)^{-2} \approx 1 \mp 2\epsilon$ anwenden, die für $\epsilon \ll 1$ gilt:

$$F_{Gez} \approx -G \cdot \frac{m \cdot m_K}{r_S^2} \left(1 - \frac{2\Delta r}{r_S} - 1 \right), \quad \{4\}$$

und damit

$$F_{Gez} \approx 2G \cdot m \cdot m_K \cdot \frac{\Delta r}{r_S^3}. \quad \{5\}$$

Dies ist die Gleichung für die Gezeitenkraft im Gravitationsfeld eines kugelförmigen Himmelskörpers. Eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kraft ergibt sich für den Ball auf der anderen Seite des Kastens.

Charakteristisch ist die Abstandsabhängigkeit der Gezeitenkraft, die mit der dritten Potenz des Abstands abfällt (und damit viel stärker als die Gravitationskraft). Das erklärt, warum die Gezeitenkräfte der Sonne auf der Erde geringer sind als die des Mondes, obwohl die Gravitationskraft der Sonne 178mal größer ist.

4. Weltraumseile

4.1. Was sind Weltraumseile?

Weltraumseile („space tethers“) bestehen aus zwei Kapseln, die durch ein kilometerlanges Seil verbunden sind [13]. Das Interesse an Weltraumseilen erwachte, weil man damit Strom erzeugen kann. Bei der Bewegung des Seils im Magnetfeld der Erde wird nämlich eine elektrische Spannung induziert, und unter geeigneten Bedingungen kommt ein Stromfluss zustande (der Stromkreis wird über die Ionosphäre geschlossen). In den italienischen TSS-Experimenten 1992 und 1996 konnte gezeigt werden, dass dies im Prinzip funktioniert.

In unserem Zusammenhang ist von Interesse, dass sich das Seil beim Ausrollen von selbst strafft und in Richtung Erde orientiert. Grund dafür sind die Gezeitenkräfte, die an den beiden Enden in entgegengesetzte Richtungen wirken.



Abb. 4: Langsames Entrollen des Seils aus dem Space Shuttle bei der Mission TSS-1R (Quelle: NASA)

Abb. 4 zeigt das Entrollen des 20 km langen Seils aus einem Space Shuttle bei der Mission TSS-1R. Fast die gesamte Seillänge konnte entrollt werden, bevor das Seil zerriss (vermutlich aufgrund der Erhitzung durch den Stromfluss). Das 19 km lange abgerissene Ende konnte man für einige Wochen als hell leuchtenden Fleck am Himmel beobachten.

Das bisher längste Seil wurde im Herbst 2007 entrollt. Der ESA-Satellit YES2 (Young Engineer's Satellite) wurde vollständig von Studenten entworfen und gebaut. Der kleine Satellit entrollte trotz kleiner Störungen erfolgreich ein 30 km langes Seil, das bei 0,4 mm Dicke nur 5 kg wog und eine Kapsel von 40 cm Durchmesser am Ende trug.

Die Geschichte der Weltraumseile ist kurz, von Pannen geplagt und bisher nicht von praktischer Bedeutung. Trotzdem handelt es sich um eine originelle Idee, deren Analyse beim Verständnis der Gezeiten hilfreich sein kann (eine ausführlichere Fassung der folgenden Ausführungen findet man in [14]).

4.2. Modell des Weltraumseils

Wir betrachten ein einfaches Modell des Weltraumseils (Abb. 5): zwei punktförmig gedachte Kapseln der Masse m , verbunden durch ein masseloses, starres Seil. Der Schwerpunkt der Anordnung liegt in der Mitte des Seils, jeweils im Abstand Δr zu den beiden Kapseln. Die Länge des Seils beträgt somit $2\Delta r$.

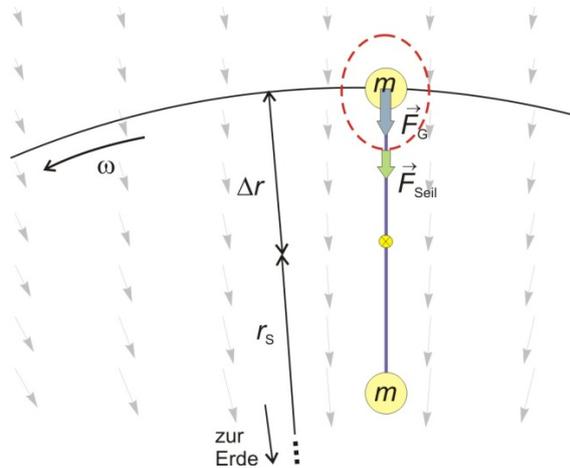


Abb. 5: Zur Ermittlung der Seilspannung beim Weltraumseil

Wir argumentieren im Ruhesystem der Erde. Die auf das Gesamtsystem einwirkende Gravitationskraft der Erde ist in guter Näherung die gleiche wie für eine Punktmasse der Masse $2m$ im Abstand r_s vom Erdmittelpunkt. Den Zusammenhang zwischen Umlaufgeschwindigkeit und Radius der Kreisbahn gewinnt man wie üblich durch die Bedingung „Zentripetalkraft = Gravitationskraft“. Es ergibt sich das dritte Keplersche Gesetz, das wir für die spätere Analyse in der folgenden Form schreiben:

$$\omega^2 = \frac{G \cdot m_E}{r_s^3} \quad \{6\}$$

4.3. Qualitative Analyse

Das Weltraumseil als Ganzes läuft um die Erde mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um. Weil die obere Kapsel eine größere Entfernung von der Erde besitzt als der Schwerpunkt, ist die Gravitationskraft hier schwächer. Sie ist geringer als die Zentripetalkraft, die für eine Bewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω erforderlich ist. Die Differenz wird vom Seil aufgebracht. Ohne das Seil würde die obere Kapsel auf einer weniger gekrümmten Bahn weiterfliegen. Analoges gilt für die untere Kapsel, nur dass hier die Krafrichtung umgekehrt ist.

Die Seilkraft ist auf beiden Seiten zum Schwerpunkt des Weltraumseils hin gerichtet. Sie hindert die Kapseln daran, ihren Abstand zum Schwerpunkt zu vergrößern. Schneidet man das Seil durch, driften die beiden Kapseln auseinander. Das Seil hat die Aufgabe, dieses Auseinanderdriften zu verhindern. Ist das Seil elastisch, wird es sich aufgrund der Seilkraft dehnen. Beide Kapseln werden ihren Abstand

vom Schwerpunkt dadurch etwas vergrößern – es entstehen gewissermaßen „Flutberge“ auf der erdzu- und der erdabgewandten Seite.

4.4. Quantitative Analyse: Berechnung der Seilkraft

Um die Seilkraft zu ermitteln, betrachten wir nur die obere Kapsel (die Systemgrenzen entsprechen der gestrichelten Linie in Abb. 5). Die äußeren Kräfte, die über die Systemgrenzen hinweg wirken, sind die Gravitationskraft der Erde und die Seilkraft.

Die Umlaufbedingung für die obere Kapsel lautet „Zentripetalkraft (im Abstand $r_s + \Delta r$) = Gravitationskraft (im Abstand $r_s + \Delta r$) + Seilkraft“. In Formeln ausgedrückt:

$$m\omega^2 (r_s + \Delta r) = \frac{G \cdot m \cdot m_E}{(r_s + \Delta r)^2} + F_{Seil} \quad \{7\}$$

Löst man nach F_{Seil} auf, verwendet die Näherung $\Delta r \ll r_s$ und setzt ω^2 von oben ein, so erhält man mit

$$F_{Seil} = 3Gmm_E \cdot \frac{\Delta r}{r_s^3} \quad \{8\}$$

einen ganz analogen Ausdruck wie oben bei der Berechnung der Gezeitenkraft (für Details s. [14]). Führt man die gleiche Rechnung für die untere Kapsel durch, ergibt sich das gleiche Ergebnis, nur mit umgekehrter Richtung der Seilkraft.

5. Gezeitenkräfte auf dem Jupitermond Io

5.1. Qualitative Analyse

Als die „Voyager“-Raumsonden 1979 die ersten Nahaufnahmen des innersten Jupitermonds Io (Abb. 6) lieferten, waren die Astronomen überrascht. Statt kraterübersät wie beim Erdmond war Ios Oberfläche relativ glatt. Die Erklärung: Die Oberfläche verändert sich ständig. Die Schwerkraft von Jupiter erzeugt Gezeitenkräfte auf Io, die den Mond ständig „durchkneten“.



Abb. 6: Jupiter und sein innerster Mond Io (Quelle: NASA)

Das Zustandekommen von Gezeitenkräften auf Io lässt sich in völliger Analogie zur Analyse des Weltraumseils erklären. Io läuft in gebundener Rotation um Jupiter (sie kehrt ihm immer dieselbe Seite zu).

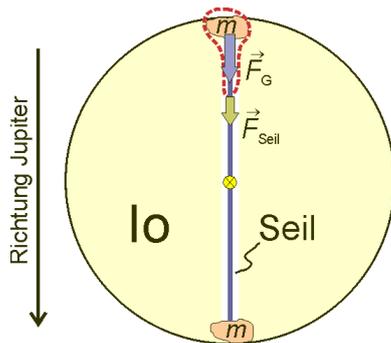


Abb. 7: Modell für die Entstehung der Gezeitenkräfte

Wir denken uns ein Loch mitten durch den Mond gebohrt. Zwei Gesteinsbrocken an der Oberfläche des Mondes denken wir uns durch ein Seil verbunden (Abb. 7). Auf die Gesteinsbrocken werden Gravitationskräfte von zweierlei Herkunft ausgeübt. Es wirkt die Schwerkraft des Mondes selbst und diejenige von Jupiter. Wir sehen von der Eigengravitation des Mondes ab und denken uns diese Kräfte durch entsprechende Normalkräfte kompensiert, die die Mondoberfläche auf die Gesteinsbrocken ausübt. Im gegenwärtigen Zusammenhang interessieren uns nur die von Jupiter ausgeübten Gravitationskräfte.

Mit diesem Modell können wir die Überlegung zur Entstehung von Gezeitenkräften vom Weltraumseil auf die vorliegende Situation übertragen. Das dort Gesagte gilt auch für die Gezeitenkräfte auf Io, die in Wirklichkeit durch die Bindungen im Gestein statt über das Seil kompensiert werden.

Die Gezeitenkräfte zeigen auf beiden Seiten von der Mondoberfläche weg. So wie sich dadurch das Weltraumseil spannt, bauen sich im Gestein im Innern des Mondes Zugspannungen auf. Wenn das Seil nicht ganz starr ist, sondern ein wenig elastisch, dann dehnt es sich unter dem Einfluss dieser Kräfte. Analoges passiert mit dem Gestein. Durch die Wirkung der Gezeitenkräfte werden Spannungen im Gestein aufgebaut. Es verformt sich elastisch, die Oberfläche hebt sich. Langfristig verformt sich das Gestein, es beginnt gewissermaßen zu „fließen“.

5.2. Quantitative Analyse

Auch die quantitative Analyse erfolgt in völliger Analogie zum Weltraumseil. Für die Winkelgeschwindigkeit des Umlaufs von Io um Jupiter gilt wie oben das dritte Keplersche Gesetz (die Erdmasse

ist natürlich durch die Jupitermasse zu ersetzen).

Zur Ermittlung der Seilkraft bzw. der durch das Gestein übertragenen Kraft legen wir die Systemgrenzen so wie in Abb. 7 gezeichnet. Die Argumentation erfolgt in einem jupiterzentrischen Bezugssystem. Der Gang der Rechnung und das Ergebnis sind die gleichen wie beim Weltraumseil.

Ähnlich wie in Abb. 3 können wir uns die Herkunft der Gezeitenkräfte auch grafisch verdeutlichen [15]. Die Gleichung „Gravitationskraft = Zentripetalkraft“ ist nur im Mittelpunkt von Io erfüllt (Abb. 8). Der Mond kann sich nur als Ganzes bewegen, und die Bewegung des Schwerpunkts gibt die erforderliche Zentripetalkraft an jeder Stelle vor (Abb. 8 Mitte). Der nicht von Jupiters Schwerkraft aufgebrachte „Rest“ zieht die Oberfläche von Io auf Vorder- und Rückseite in entgegengesetzte Richtungen (Abb. 8 rechts).

5.3. Warum wird Io durchgeknetet?

Noch ist das "Durchkneten" von Io nicht erklärt. Aufgrund der gebundenen Rotation bleibt die Vorderseite immer Vorderseite und die Rückseite immer Rückseite. Die Gezeitenkräfte scheinen an jeder Stelle des Mondes zeitlich konstant zu sein. Über lange Zeiträume kann das Gestein "fließen" und an Vorder- und Rückseite steinerne Flutberge ausbilden. Damit scheint ein Gleichgewichtszustand erreicht, in dem sich nichts mehr ändert.

Ios Bahn um Jupiter ist jedoch nicht kreisförmig, sondern weicht aufgrund von Bahnstörungen durch die Monde Europa und Ganymed leicht von der Kreisform ab. Der Abstand zu Jupiter ändert sich während eines Umlaufs um etwa 3500 km. Wegen der starken Abstandsabhängigkeit der Gezeitenkräfte (der Abstand geht in der dritten Potenz ein) schlägt sich das in einer verhältnismäßig großen Variation der Gezeitenkräfte nieder.

Bei jedem Umlauf von Io um Jupiter variieren die Gezeitenkräfte zwischen einem minimalen und einem maximalen Wert. Die Oberfläche von Io hebt und senkt sich dadurch um bis zu 100 m. Durch innere Reibung bei dieser Verformung heizt sich Io auf. Modellrechnungen ergeben eine durch die Gezeitenkräfte dissipierte Leistung von 10^{12} W bis 10^{14} W, je nach den Annahmen, die man für den Aufbau von Ios Innerem zugrunde legt [16].

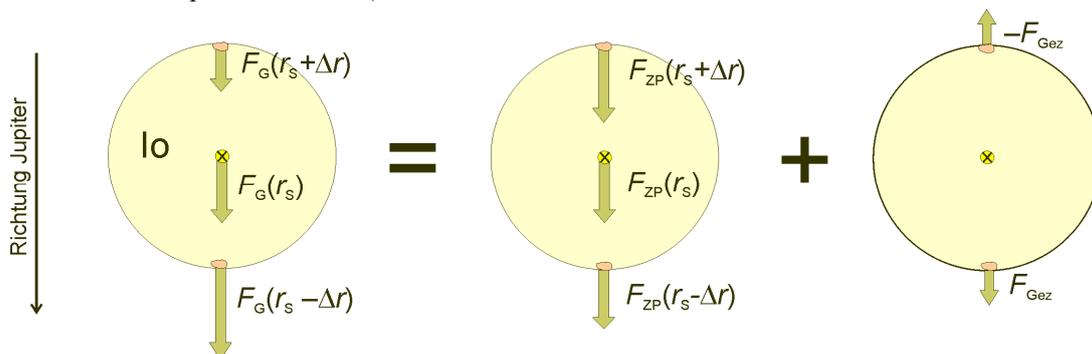


Abb. 8: Zur Entstehung der Gezeitenkräfte auf Io [15]

5.4. Vergleich mit dem Erdmond

Alles bisher Gesagte gilt für den Erdmond unter dem Gravitationseinfluss der Erde ebenso wie für Io. Auch er läuft in gebundener Rotation um die Erde, auch seine Bahn ist nicht kreisförmig. Die Bahnexzentrizität des Erdmonds ist sogar noch etwas größer als die von Io. Man beobachtet aber keinerlei Anzeichen für ein Aufheizen durch veränderliche „steinerne Gezeiten“. Warum wird Io durchgeknetet, der Erdmond aber nicht?

Durch die weitaus größere Masse von Jupiter sind die Gezeitenkräfte auf Io etwa 300-mal stärker als auf dem Erdmond. Hinzu kommt die wesentlich geringere Umlaufdauer von Io (1,8 Tage; beim Mond sind es 27,3 Tage), die zu einer höheren „Knetfrequenz“ führt. Insgesamt führt dies dazu, dass die dissipierte Leistung bei Io etwa 7000-mal größer als beim Erdmond ist.

6. Die von der Sonne verursachten Gezeiten

Um die von der Sonne auf der Erde verursachten Gezeiten zu beschreiben, gehen wir von der bekannten Tatsache aus, dass die Erde in 365 Tagen im Abstand r_{Erde} um die Sonne läuft und dabei gegenüber dem Sternenhimmel 366-mal um ihre eigene Achse rotiert (Abb. 9). Genau genommen läuft die Erde nicht um den Mittelpunkt der Sonne, sondern um den gemeinsamen Schwerpunkt von Sonne und Erde, der aber nur 450 km vom Sonnenmittelpunkt entfernt liegt.

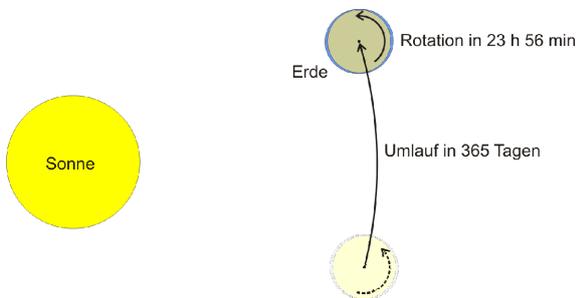


Abb. 9: Die Erde läuft in 365 Tagen um die Sonne und rotiert dabei um sich selbst.

Die Situation sieht ganz ähnlich aus wie bei Io und Jupiter. Allerdings umkreist die Erde die Sonne nicht in gebundener Rotation. Sie kehrt ihr nicht immer die gleiche Seite zu, sondern rotiert um ihre eigene Achse. Das erschwert die Beschreibung des Problems. Ein fester Punkt auf der Erdoberfläche (ein Stück Wasser oder ein Schiff, das auf dem Meer schwimmt) ändert aufgrund der Erdrotation dauernd seinen Abstand von der Sonne.

Dadurch erfährt er eine ständig wechselnde Gravitationskraft von der Sonne - das Problem wird zeitabhängig. Das sollte uns jedoch nicht weiter schrecken. Irgendwo muss der 12-Stunden-Rhythmus von Ebbe und Flut ja herkommen.

Um die Sachlage überschaubar zu machen, denken wir uns wieder ein Seil mitten durch die Erde gelegt. Das Seil wird aus zwei Gründen gespannt: (1) durch

die immer gleiche Zentripetalkraft der Erdrotation und (2) durch die ständig sich ändernden Gezeitenkräfte der Sonne (aufgrund die Erdrotation ändert das Seil ja dauernd seine Orientierung zur Sonne).

Es gibt somit einen zeitunabhängigen und einen zeitabhängigen Teil der Seilskraft bzw. der entsprechenden Kräfte im Innern der Erde. Für die Entstehung von Ebbe und Flut sind wir am zeitunabhängigen Teil, also an der Zentripetalkraft, nicht interessiert. Sie führt zu einer permanenten Verformung des Erdkörpers: Der Äquatordurchmesser der Erde ist um 46 km größer als der Poldurchmesser. Wenn wir nicht gerade Erdvermesser sind, bekommen wir

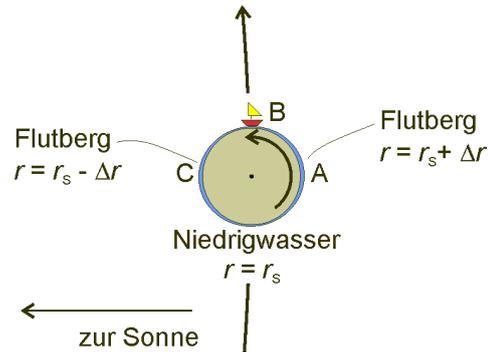


Abb. 10: Entstehung der Flutberge für den von der Sonne verursachten Anteil der Gezeiten

von dieser Verformung aber nichts mit. Wir nehmen nur den zeitabhängigen Teil im 6-stündigen Wechsel von Ebbe und Flut wahr.

Das in Abb. 10 eingezeichnete Schiff rotiert zusammen mit dem umgebenden Wasser innerhalb von 12 Stunden vom sonnenernsten Punkt A (Flutberg) über die „90°-Position“ B (Niedrigwasser) zum sonnennächsten Punkt C (wieder Flutberg). Die Besatzung erlebt dabei den Wechsel von Hoch- und Niedrigwasser im 12-Stunden-Rhythmus. Die Flutberge werden durch den Unterschied der Gravitationskraft der Sonne an diesen verschiedenen Stellen (A und B bzw. B und C) verursacht. Das macht rückblickend klar, weshalb es sinnvoll war, den Begriff „Gezeitenkraft“ gerade so zu definieren, nämlich als Differenz der Gravitationskräfte an verschiedenen Orten in einem inhomogenen Gravitationsfeld:

$$F_{G_{gez}} = F_G(r_s \pm \Delta r) - F_G(r_s) \quad \{9\}$$

Wir haben diesen Ausdruck oben schon berechnet und plausibel gemacht, warum es zwei Flutberge gibt. Nun können wir darauf zurückgreifen. Für den Betrag der Gezeitenkräfte von der Sonne gilt:

$$F_{G_{gez}} \approx 2G \cdot m \cdot m_s \cdot \frac{\Delta r}{r_{Erde}^3} \quad \{10\}$$

7. Die vom Mond verursachten Gezeiten

Der Mond verursacht den Hauptanteil der Gezeiten auf der Erde. Durch die vorher betrachteten Beispiele ist die eigentliche Verständnisarbeit nun geleistet, und wir müssen nur noch die Ergebnisse übertragen.

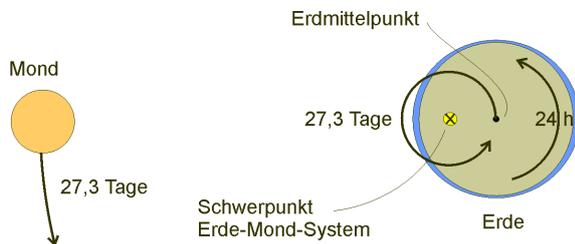


Abb. 11: Bewegungen im Erde-Mond-System

Die relevante Bewegung von Erde und Mond ist in Abb. 11 dargestellt. Beide laufen in 27,3 Tagen um den gemeinsamen Schwerpunkt, der noch innerhalb der Erde liegt. Im Bild dargestellt ist auch die tägliche Rotation der Erde um ihre Achse.

Vergleicht man die Bewegungen in Abb. 11 mit denen aus dem vorangegangenen Abschnitt (Abb. 9), stellt man fest, dass *exakt die gleiche Situation* vorliegt. Der Mittelpunkt der Erde läuft um einen Punkt (hier um den Erde-Mond-Schwerpunkt, dort um den Sonne-Erde-Schwerpunkt), während gleichzeitig die Erde um ihre Achse rotiert. Einzig die Größenmaßstäbe und Zeitverhältnisse haben sich geändert. Der Radius der Erdumlaufbahn um den gemeinsamen Schwerpunkt ist drastisch geschrumpft. Für die Entstehung der Gezeiten hat dies aber keine Auswirkungen. Was zählt, ist der freie Fall und das inhomogene Gravitationsfeld.

Wie beim Sonnenanteil können wir einen zeitabhängigen und einen zeitunabhängigen Anteil der Kräfte auf ein imaginäres Seil durch den Erdmittelpunkt identifizieren. Der zeitunabhängige Anteil ist derselbe wie oben; er geht auf die Zentripetalkräfte bei der Erdrotation zurück. Auch der zeitabhängige Anteil, der uns allein interessiert, hat den gleichen Ursprung wie oben: Ein festgehaltener Punkt auf der Erdoberfläche verändert im Lauf der 24-Stunden-Rotation der Erde seinen Ort im inhomogenen Gravitationsfeld des Mondes.

Hochwasser herrscht an der mondzugewandten und der mondabgewandten Seite ($r = r_s \pm \Delta r$), Niedrigwasser an den „90°-Positionen“ dazwischen ($r = r_s$). Zur Veranschaulichung kann man Abb. 10 direkt übertragen. Die am Ende von Abschnitt 6 angegebene Gleichung für die sonnenverursachten Gezeitenkräfte gilt auch für die mondverursachten. Statt der Sonnenmasse muss nun die Masse des Mondes eingesetzt werden, statt des Abstands Erde-Sonne der Abstand Erde-Mond.

Berechnet man mit dieser Gleichung die Größe der Gezeitenbeschleunigungen durch Mond und Sonne, so ergibt sich $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$ für den Mond und $0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$ für die Sonne. Der Einfluss des Mon-

des auf die Gezeiten ist doppelt so groß wie derjenige der Sonne.

Die Gezeiten des Mondes haben eine Periode, die etwas länger als 12 Stunden ist. Während sich die Erde um ihre eigene Achse dreht, wandert der Mond in seinem monatlichen Umlauf ebenfalls ein Stück weiter. Von der Erde aus gesehen steht der Mond erst nach einem Tag und 53 Minuten (= $1/27,3$ Tage) wieder in der gleichen Richtung. Daher verschieben sich die vom Mond verursachten Gezeiten Tag für Tag um 53 Minuten nach hinten. Für die Sonne beträgt die entsprechende tägliche Verschiebung nur 4 Minuten.

8. Verschiedene Modelle für Ebbe und Flut

Eigentlich haben wir noch nicht die Entstehung von Ebbe und Flut selbst untersucht, sondern nur die Kräfte, die sie hervorrufen. Um zu verstehen, auf welche Weise die Wassermassen der Erde auf die Gezeitenkräfte reagieren, braucht man ein Modell der Erde. Hier gibt es verschiedene Ansätze, die unterschiedliche Aspekte des Ebbe-Flut-Phänomens erklären [4].

(1) Im einfachsten Modell denken wir uns eine Erde aus Gestein mit einer durchgehenden Wasserschicht darauf – ein Meer ohne Kontinente. Wie in Abb. 11 angedeutet, bildet sich ein Flutberg auf der mondzugewandten und der mondabgewandten Seite der Erde aus. Bei ihrer Eigenrotation dreht sich die Erde „unter den Flutbergen hinweg“. Das Wasser dreht sich natürlich mit der Erde mit; nur die Lage der Flutberge bleibt stationär. Für einen Beobachter auf der Oberfläche der Erde scheinen die Flutberge wie zwei große Wellen um die Erde „herumzuschwappen“.

Quantitativ ergibt dieser Ansatz eine Höhe von etwa 1 m für die Flutberge (man vergleiche mit den 23 km aufgrund der Zentripetalkraft). Dieses Ergebnis entspricht etwa der Gezeitenhöhe im freien Ozean. Die teilweise wesentlich höheren Gezeiten an Küsten werden nicht beschrieben (das Modell kennt ja auch keine Küsten).

(2) Die oben vorgestellte Analyse war rein eindimensional. Kräfte, die senkrecht zur Verbindungslinie Erde-Mond wirken, wurden nicht betrachtet. Der hier vorgestellte Ansatz eignet sich aber auch für eine vektorielle Betrachtung [7], bei der sich abseits von den Flutbergen auch horizontale Komponenten für die Gezeitenkräfte ergeben. Sie sind für die Entstehung der Gezeiten von Bedeutung, weil sie das Wasser erst zum Fließen veranlassen.

(3) Ein anderer, ganz anders gearteter Ansatz, nimmt die Periodizität der Gezeitenkräfte ernst. Wie oben beschrieben sind die Gezeitenkräfte zeitabhängig und besitzen an jedem Punkt der Erdoberfläche eine 12-Stunden-Periodizität.

Die Erdoberfläche wird in diesem Ansatz als eine Abfolge mehr oder weniger großer und tiefer Becken beschrieben, in denen die Gezeitenkräfte das

Wasser periodisch anregen. Wenn Anregungsperiode, Beckentiefe und -größe im richtigen Verhältnis stehen, kann das Wasser zu starken Schwingungen angeregt werden. Auf diese Weise lassen sich die teilweise sehr großen Tidenhübe in manchen Regionen der Erde erklären.

9. Literatur

- [1] Priemer, B. & Schön, L.-H. (2004), *Gezeiten im Schulunterricht*. In: V. Nordmeier (Hrsg.), *Didaktik der Physik. Beiträge der Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft – Düsseldorf (2004)*.
- [2] Brauner, R., *Ebbe und Flut – ohne Zentrifugalkräfte*. *Naturwissenschaft im Unterricht – Physik 2*, Nr. 9, 10-16 (1991).
- [3] Butikov, E. I., *A dynamical picture of the oceanic tides*. *Am. J. Phys.* 70, 1001-1011 (2002).
- [4] Näpfel, H., Schneider, W. B., *Die Gezeiten und ihre Behandlung im Physik- und Astronomieunterricht*. *Physik und Didaktik 2*, 124-139 (1990).
- [5] Goldkuhle, P., *Die Entstehung der Gezeiten. Alternative Sichtweisen und ihre Modellierung mit dem Computer*. *Praxis der Naturwissenschaften. Physik*, 48 (1999) 3, S. 27-33
- [6] z.B. www.sonntaler.net/dokumentation/wiss/astronomie/weiter/gezeiten/
- [7] Schlichting, H. J., Farwig, P., *Ebbe und Flut im Unterricht der Sekundarstufe I und II*. *Physica Didactica 4*, 197 (1977)
- [8] Arons, A. B., *Basic physics of the semidiurnal lunar tide*. *Am. J. Phys.* 47, 934-937 (1979).
- [9] Lotze, K.-H.: *Die Auseinandersetzung der Fachdidaktik mit neuen Erkenntnissen in der Physik - Das Beispiel der allgegenwärtigen Gravitation*. In: W.B. Schneider (Hrsg.): "Wege in der Physikdidaktik, Bd. 4"; Palm & Enke: Erlangen, 10-27 (1998).
- [10] Galili, I., Lehavi, Y., *The importance of weightlessness and tides in teaching gravitation*. *Am. J. Phys.* 71, 1127-1135 (2003).
- [11] Theis, W. R., *Gezeiten im Schulunterricht*. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 56/4, 196-198 (2003).
- [12] Theis [11] geht mit seinem linearen Masse-Feder-Modell einen Schritt in diese Richtung.
- [13] Lorenzini, E., Sanmartín, J. *Magnetantrieb für Raumfahrzeuge*, *Spektrum der Wissenschaft* 12/2004, S. 82-88 (2004).
- [14] R. Müller, *Klassische Mechanik – vom Weitsprung zum Marsflug*. De Gruyter: Berlin (erscheint 2009).
- [15] *Kuhn Physik Niedersachsen*. Westermann: Braunschweig (erscheint 2009).
- [16] Peale, S. J., Cassen, P., Reynolds, R. T., *Melting of Io by Tidal Dissipation*, *Science* 203, Nr. 4383, 892-894 (1979); Frankel, C. *Worlds on Fire: Volcanoes on the Earth, the Moon, Mars, Venus and Io*. Cambridge University Press: Cambridge (2005).