

Ein praktikables Nanodrähte-Experiment zur Quantenphysik am Gymnasium - Anleitung für den praktischen Einsatz im Unterricht -

Matthias Brandl

brandl.matthias@gmx.de

(Eingegangen: 04.11.2006; Angenommen: 16.01.2007)

Kurzfassung

In aktuellen Lehrplänen für das Gymnasium findet sich die Quantenphysik mitunter bereits in der Mittelstufe. Hier entsteht die Notwendigkeit, aufbauend auf dem Vorwissen der Schüler, mit geeigneten Experimenten den Zugang zu diesem Wissensgebiet didaktisch zu erschließen. Dahingehend wird im historischen und theoretischen Überblick ein im Aufbau erstaunlich einfacher Versuch zur Untersuchung der Widerstandsquantisierung von Punktkontakten vorgestellt. Die Lehrkraft erhält durch detaillierte Ratschläge praktische Hilfestellung zum Aufbau und zur Durchführung des Versuchs im Unterrichtsalltag.

1. Vorwort

Am 28. Oktober 1995 erschien in der Abteilung „Science and Technology“ des englischsprachigen Wirtschaftsmagazins „The Economist“ ein kurzer Artikel mit der Überschrift „Table-top quantum theory“ ([1]). Darin beschreibt der Autor in populärwissenschaftlicher Aufmachung, wie ein wesentliches Prinzip der Quantenmechanik, nämlich das Auftreten diskreter Messergebnisse (vgl. [2]), bereits „auf dem Küchentisch mit zwei Stücken Haushaltsstromkabeln“ nachvollzogen werden könne. Zur Veranschaulichung, was an der Kontaktstelle dieser beiden Kabel passiert, bemüht der Autor das allseits bekannte Bild von Käsefäden beim Auseinanderziehen zweier Pizzastücke.

In der Realität stehen diese „Käsefäden“ für Nanodrähte mit nur wenigen Atomen Durchmesser, deren geringe Abmessungen die Leitfähigkeit nachweislich quantisieren. Einer der Entdecker dieses Effektes, J. L. Costa-Krämer von der Universität Madrid, wird insofern zitiert, als dass dieses Phänomen ernsthafte Möglichkeiten als „*educational tool*“ besitze: „*an easy way to demonstrate the reality of quantum theory to sceptical schoolchildren.*“ Die Deklaration als „Küchentisch-Quantenmechanik“ muss zwar als Euphemismus fallen gelassen werden, doch der Grundgedanke von Costa-Krämer wird in dieser Arbeit dahingehend bestätigt, als dass sich der angedeutete Versuch tatsächlich dazu eignet, Schülern am Gymnasium mit geringem technischen Aufwand einen grundlegenden Wesenszug der Quantenmechanik nahe zu bringen.

2. Historie

Vor der Vereinfachung des Experiments durch J. L. Costa-Krämer, die die Verwendung als „*educational tool*“ ermöglicht, wurde der Effekt unter wesentlich komplizierteren Bedingungen entdeckt und erforscht.

Im Jahr 1987 machten J. K. Gimzewski und R. Möller mit einem Rastertunnelmikroskop eine interessante Entdeckung, die sozusagen an der Grenze zwischen makroskopischer und mikroskopischer Natur, zwischen klassischer Physik und Quantenphysik entstand. Sie untersuchten den „Übergang vom Tunnelbereich zum Punktkontakt“ ([3]) und beobachteten beim Annähern der Tunnelspitze an eine Silberoberfläche bei einem bestimmten Abstand von wenigen Angström einen sprunghaften Anstieg des Tunnelstroms. Diese Beobachtung wurde eher beiläufig im Rahmen einer neuen Anwendung des Rastertunnelmikroskops gemacht.

1993 machten Pascual et al. von der Universität von Madrid sich daran, den noch immer mysteriösen sprunghaften Anstieg des Tunnelstroms bei bestimmten Abständen zu untersuchen und zu erklären ([4]). Es stellte sich heraus, dass die Leitfähigkeit des Kontakts Tunnelspitze-Goldoberfläche stets nur ganzzahlige Vielfache der Quantenleitfähigkeit $2e^2/h$ ($= 1/12906 \Omega$) annahm. Dieser Effekt wird so erklärt, dass sich beim Trennen des Kontaktes Tunnelspitze-Oberfläche letztendlich ein allerletzter Kontakt ausbildet. Dieser sogenannte „**Nanodraht**“ kann, da seine Dicke nur wenige Atomdurchmesser beträgt, ausschließlich ganzzahlige Vielfache der Quantenleitfähigkeit aufweisen (vgl. Abschnitt 3). Beim Lösen der Spitze von der Probenoberfläche verlängert sich der Nanodraht und schnürt sich dabei ein.

Zwei Jahre später beschäftigte sich eine andere Arbeitsgruppe der Universität von Madrid um J.L. Costa-Krämer mit den Nanodrähten. Die Forscher vermuteten, dass sich Nanodrähte nicht nur bei Gold oder Silber, sondern bei der Trennung beliebiger Metalle ausbilden müssten ([5]). Sie überprüften diese Idee auf eine erstaunlich einfache Art und Weise. Anstatt das Rastertunnelmikroskop und seinen komplizierten Aufbau zu verwenden, nahmen

sie einfach zwei dünne Metalldrähte zur Hand und legten sie so auf die Tischplatte, dass sie in elektrischen Kontakt standen. Der Stromkreis wurde über einen Schutzwiderstand von 10 k Ω durch eine Batterie geschlossen. Durch Klopfen auf die Tischplatte erreichten sie nun, dass die Drähte den Kontakt verloren. Den Ergebnissen nach zu urteilen, bildet sich tatsächlich auch bei diesem einfachen Vorgehen beim Lösen der Drähte voneinander ein Nanodraht aus. Der Spannungsabfall am Vorwiderstand (proportional zur Stromstärke) wurde mit einem Oszilloskop aufgezeichnet. Die Gruppe um Costa-Krämer führte diesen Versuch mit Drähten aus Gold, Kupfer, Platin und metallischem Glas (ferromagnetisches Metall mit amorpher Struktur) sowohl in Vakuum wie in Luft und Flüssigkeit durch. Stets zeigte sich der gleiche diskrete Verlauf der Leitfähigkeit. Aufgrund der Tatsache, dass der Versuchsaufbau von Costa-Krämer et al. mit minimalem technischen Aufwand (bis auf ein entsprechend hochauflösendes Speicheroszilloskop) auskommt, erkannte die physikalische Fachdidaktik schon bald nach Costa-Krämers Veröffentlichung den Nutzen, der aus seiner experimentellen Idee für den Physikunterricht zu ziehen war. So wurden Anfang 1997 zwei kurze Artikel veröffentlicht, die sich mit einem möglichen Einsatz obigen Experiments als Schulversuch beschäftigen ([6], [7]). Desweiteren wurde der Versuch an manchen Universitäten in das Physikalische Grund- bzw. Fortgeschrittenenpraktikum aufgenommen (vgl. [10]); im Internet finden sich Versuchsprotokolle (vgl. [8]).

3. Physikalischer Hintergrund (für die Lehrkraft)

In der klassischen Physik wird die Bewegung von Elektronen in metallischen Leitern durch die Theorie des Elektronengases beschrieben, bei dem sämtliche im Metall vorhandenen Elektronen für den Ladungstransport verantwortlich sind. Damit lassen sich allerdings quantenmechanische Aspekte nicht erklären.

In der quantenmechanischen Deutung tragen nur Elektronen des „Leitungsbandes“, d.h. Elektronen deren Energie oberhalb der sogenannten Fermi-Kante liegt, zum Stromfluss bei.

Aufgrund der Abmessungen des Nanodrahtes kann man Elektronen im Inneren als Teilchen im quantenmechanischen Kastenpotential betrachten. Mit der x-y-Ebene im Querschnitt des Nanodrahtes führt z.B. ihr Ansatz in x-Richtung als Wellen der Form

$$\psi(x) = A \cdot \sin(k_x \cdot x) \quad \text{mit} \quad \psi(0) = \psi(L_x) = 0 \quad (1)$$

zu einer unendlichen Serie diskreter Lösungen für den Wellenvektor k_x :

$$k_{x,n} = n \cdot \frac{\pi}{L_x} \quad \text{mit} \quad n = 1, 2, \dots$$

Wie die Reihe der harmonischen Obertöne einer schwingenden Saite ergeben sich damit die möglichen Zustände des Elektrons durch die Wellenfunktionen

$$\psi(x) = A \cdot \sin\left(n \frac{\pi}{L_x} \cdot x\right).$$

Die Definition der kinetischen Energie liefert zusammen mit der de-Broglie-Bedingung für den Impuls die erlaubten Energiewerte

$$E_{x,n} = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL_x^2}. \quad (2)$$

In z-Richtung ist das Elektron quasi-frei, womit sich aufgrund der quadratischen Abhängigkeit der Energie von k_z in (2) parabolische Energie-Subbänder ergeben:

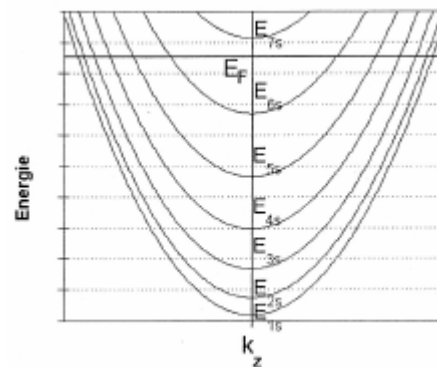


Abb. 1: Exemplarische Darstellung der Subbänder; E_f bezeichnet die Fermi-Energie. (Quelle: [6])

Die beobachtbare Quantisierung ergibt sich aus dieser Folge von Subbändern.

Betrachten wir dazu exemplarisch die Trennung der beiden Drähte am Kontakt. Unter der plausiblen Annahme (und in Analogie zur Metapher der Käsefäden), dass die Anzahl der Atome bzw. die Masse eines Nanofadens beim Auseinanderziehen konstant bleibt (vgl. Abschnitt 4.3.2), werden die Durchmesser L der Nanofäden immer kleiner. Da diese Größe in (2) im Nenner auftaucht, liegen die Subbänder immer enger beieinander. Demnach tragen mit zunehmender Entfernung der beiden Drähte immer weniger Elektronen zum Stromfluss bei, die aber ihrerseits „in Bändern“ quantisiert sind. Jedesmal, wenn anschaulich gesprochen ein Subband unter die Fermikante „rutscht“, springt die Stromstärke auf ein niedrigeres Niveau, auf dem sie solange verharrt, bis das nächste Subband unter der Fermikante verschwindet.

Für jedes dieser Subbänder lässt sich die Zustandsdichte $\rho(E)$ exakt angeben. Die Zustandsdichte wird im Rahmen des Fermi-Elektronengases als quantenmechanische Modifikation des klassischen Elektronengases eingeführt. Ihre Definition und Herleitung, sowie ihre Verbindung mit der Fermi-Energie

und der Fermi-Dirac-Statistik kann zum Beispiel in [9], Kapitel 39.3 nachgelesen werden. Im vorliegenden eindimensionalen Modell lautet die, auf die Länge L_z der freien Bewegungsrichtung normierte, Zustandsdichte nun

$$\rho(E) = \frac{1}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}}. \quad (3)$$

Durch das Anlegen einer Spannung U zwischen den beiden durch den Nanodraht verbundenen Metalldrähten, die einer Potenzialdifferenz ΔV entspricht, fließt ein Strom ΔI , der sich schreiben lässt als

$$\Delta I = \Delta n \cdot e \cdot v, \quad (4)$$

wobei n die Zahl derjenigen Elektronen beschreibt, die durch die angelegte Spannung über die Fermikante ins Leitungsband gehoben werden; diese Energiedifferenz ΔE berechnet sich also zu $\Delta E = e \cdot \Delta V$; v bezeichnet die Geschwindigkeit dieser Elektronen, für die die bekannte Energie-Impuls-Beziehung $E = p^2/2m = (\frac{1}{2})mv^2$ gilt. Mit der Zustandsdichte (3) schreiben wir Δn nun explizit:

$$\Delta n = \rho(E) \cdot \Delta E = \frac{1}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} \cdot e \Delta V.$$

Mit

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

erhalten wir damit für die Stromstärke ΔI aus Gleichung (4):

$$\Delta I = \frac{2e^2}{h} \cdot \Delta V$$

Mittels der Definition für den Leitwert $G = \Delta I / \Delta V$ ergibt das:

$$G = \frac{2e^2}{h} \approx \frac{1}{12906\Omega}.$$

Für die Leitfähigkeit in einer Dimension erhält man damit als Ergebnis:

$$\sigma(N) = G \cdot N \approx \frac{N}{12906\Omega},$$

wobei N die Anzahl der Subbänder bezeichnet, die zum Stromfluss beitragen (s.o.). Die Leitfähigkeit ist also nicht mehr kontinuierlich, sondern durch die Anzahl N der beteiligten Subbänder quantifiziert. Der Kontakt der Metalldrähte setzt dem Stromfluss während der kurzen Lebensdauer des Nanodrahts von höchstens 1 ms (vgl. [7]) einen quantisierten Widerstand von

$$R(N) = \frac{1}{\sigma(N)} = \frac{12906\Omega}{N}, \quad N = 1, 2, \dots \quad (5)$$

entgegen.

Dieses Phänomen ist - wie die folgenden Ausführungen zeigen werden - tatsächlich in einem einfachen Experiment bei Raumtemperatur beobachtbar.

Warum bevorzugt Gold?

Das Material Gold zeichnet sich durch zwei Eigenschaften aus, die es für den thematisierten Versuch sehr geeignet machen. Zum einen bildet Gold keine isolierende Oxidschicht, welche die Entstehung einer punktförmigen leitenden Verbindung verhindern würde. Zum anderen ist Gold sehr weich, was es nicht reißen, sondern schon bei geringen Zugspannungen plastisch fließen lässt. Die meisten anderen Metalle sind für den Versuch ungeeignet, da sie entweder zu hart sind oder eine isolierende Oxidschicht ausbilden.

4. Experiment

4.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau orientiert sich an den Vorgaben aus [6] und [7], die beide natürlich auf der groben Idee von J. L. Costa-Krämer in [5] basieren. Da eines der Ziele war, die Einsatzfähigkeit des Versuchs im alltäglichen Unterricht am Gymnasium zu prüfen, sollte der Versuchsaufbau so einfach wie möglich gehalten werden. Tatsächlich stellte sich nach diversen Modifikationen der einfachste Versuchsaufbau, wie er in etwa in [7] vorgeschlagen wird, als der günstigste heraus (siehe Abb. 3):

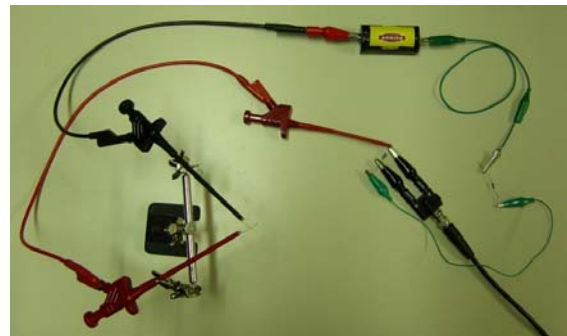


Abb. 2: Der verwendete Versuchsaufbau.

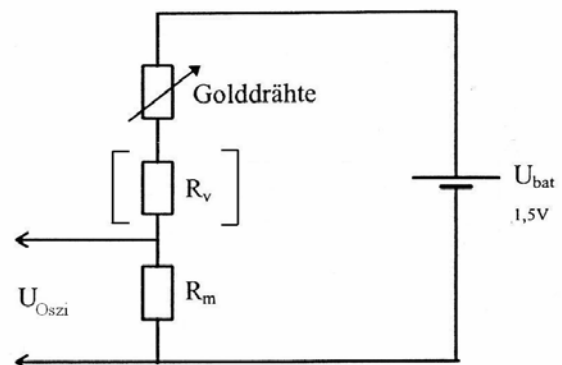


Abb.3: Schaltskizze. In der Schaltung gilt für den Messwiderstand $R_m = 10 \text{ k}\Omega$. Der kleine Vorwiderstand $R_v = 100 \Omega$ wurde bei manchen Messungen optional verwendet.

Das Signal wurde über einem Messwiderstand von 10 k Ω mittels des 50 Ω -Oszilloskop-Eingangs abgegriffen. Wie auch in [7] bemerkt, wird der Messwiderstand in der Größenordnung des größten quantenmechanischen Widerstands gewählt, um die Stufen im Diagramm deutlich sichtbar zu machen. Für einige Messreihen wurde außerdem zusätzlich ein Vorwiderstand von 100 Ω verwendet, da sich dann die Stufen im Diagramm als deutlicher herausstellten. Die Drähte wurden an Laborklemmen fixiert, was eine einfache und Material sparende Möglichkeit ist. Die Klemmen wurden auf einer „Dritten Hand“, wie sie beim Lötten verwendet wird, so arrangiert, dass die Drähte sich leicht berühren. Als optimal hat sich dabei eine zueinander näherungsweise senkrechte Ausrichtung der beiden Drähte erwiesen (vgl. Abschnitt 4.2.2).

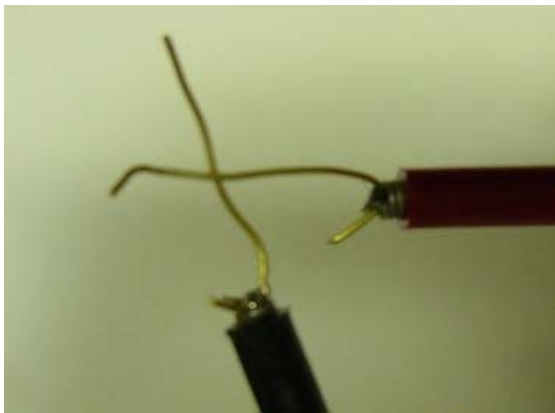


Abb. 4: Golddrähte (hier Durchmesser 0,4 mm) in Laborklemmen, die auf einer „Dritten Hand“ befestigt wurden.

In [7] wird außerdem die Montage der Drähte auf einem Lautsprecher, der mit einem 2 bis 10 Hz Sinussignal angetrieben wird, vorgeschlagen. Allerdings stellte sich das Klopfen auf den Tisch bzw. auf die „Dritte Hand“ als ausreichend dar, was den Versuchsaufbau vergleichsweise einfach belässt.

4.1.1 Oszilloskop

Für den Versuch wurden zwei verschiedene Speicheroszilloskope verwendet.

Zum einen ein Modell der Baureihe Hewlett Packard Infinium Oscilloscope HP 548xxA. Dieses Oszilloskop besitzt eine Auflösung von bis zu 500 MHz. Zum anderen ein schulnahes Modell: Hameg Storage Scope HM 205-3 mit bis zu 20 MHz Auflösung.

Verwendete Oszilloskope in der Literatur:

- [6] schlägt ein Speicheroszilloskop mit einer Abtastrate von mindestens 20 MHz vor, verschweigt allerdings das selbst verwendete Modell.
- [7] schlägt das 2 MHz-Speicheroszilloskop GOULD DSO 1421 oder einen PC mit entsprechender A/D-Wandlertkarte vor. Welches

Gerät nun aber konkret verwendet wurde, wird nicht erwähnt.

- [8] erwähnt das verwendete Oszilloskop nicht, erklärt aber, dass zwischen zwei Messungen 0,2 μ s lagen, was auf ein 5 MHz-Speicheroszilloskop schließen lässt. Die Verarbeitung der Daten fand am PC in Excel statt.

4.1.2 Spannungsquelle

In [7] wird im Gegensatz zu [6] außerdem vorgeschlagen, als Spannungsquelle einen 9V-Block zu verwenden und die Spannung durch einen Spannungsteiler bzw. ein Potentiometer auf unter 1 V zu reduzieren, um nichtlineare Effekte zu vermeiden, wie sie N. Garcia und J.L. Costa-Krämer in einem Artikel aus dem Jahr 1996 beschrieben haben. Dieses Vorgehen wurde nachvollzogen. Dabei verschwanden zwar unerwünschte Oszillationen, insbesondere beim Trennungsvorgang der beiden Drähte, doch konnte selbst bei höchster Auflösung so gut wie nie eine akzeptable Quantisierung der Leitfähigkeit nachgewiesen werden. Um das Phänomen der Leitfähigkeitsquantisierung zu präsentieren, genügt es deswegen, auf einen Spannungsteiler zu verzichten und statt dessen analog zu [6] lediglich eine 1,5 V-Batterie als Spannungsquelle zu verwenden.

4.1.3 Drähte

Juweliere und Zahntechniker sowie deren Zulieferer verwenden Golddraht mit einer minimalen Dicke von etwa 0,5 mm, was eine Größenordnung über dem empfohlenen Durchmesser liegt. Dieser soll im Sinne eines großen Krümmungsradius und damit einer minimalen Kontaktstelle möglichst klein sein. Dennoch wurde für eine Messreihe 999-Feingolddraht vom Juwelier der Stärke 0,4 mm verwendet. Benötigt werden nur 3 cm für etwa 4 Euro.

Hauptsächlich wurde aber Golddraht eines Zulieferers der Halbleiterindustrie ([11]) mit der Dicke 0,025 mm (1 m zu etwa 30 Euro) herangezogen.

Allerdings sind die Laborklemmen für Drähte mit Durchmesser von 0,05 mm und darunter eigentlich zu grob. Der Draht ist nicht gut fixiert und kann mitunter den Kontakt zur Klemme verlieren. Deswegen wurde der feine Golddraht auf dicke Silberdrähte gelötet, die ihrerseits eingeklemmt wurden. Das Lötten fand auf herkömmliche Art und Weise statt.

4.2 Versuchsdurchführung

Das Speicheroszilloskop wurde auf die höchstmögliche Auflösungsstufe und einen zu beobachtenden Zeitraum von etwa 1 bis 2 μ s eingestellt. Diese Zeitskala orientiert sich an den Daten aus [6]. In einem Zeitfenster über mehrere Millisekunden wie in [7] oder [5] konnten keine verwendbaren Ergebnisse produziert werden.

Das optimale Triggerlevel fand sich etwa bei einem Drittel der zu erwartenden Spannungsbandbreite (also in der Regel bei etwa 0,5 V). Wenn der Spannungsabfall an der Abrissstelle diesen Schwellenwert übersteigt, reagiert das Oszilloskop und speichert den Verlauf.

Durch leichtes Klopfen auf den Versuchstisch wurden die Drähte in Schwingung versetzt, so dass sich zwischen ihnen ein Nanodraht ausbilden konnte. Die Diagramme wurden an den beiden Speicheroszilloskopen auf Diskette bzw. per Digitalkamera aufgezeichnet.

4.2.1 Annäherung vs. Trennung des Kontakts

Wie bereits erwähnt, wurde der Trennvorgang der beiden Drähte bei der Verwendung der 1,5 V-Batterie stets von einer starken Oszillation überlagert, wodurch sich die zugehörigen Diagramme nicht verwerten ließen. Dazu folgende Erklärung, die auch Schülern zugänglich ist: der Abrissfunken. Als makroskopische Metapher dient ein mechanischer (Licht-) Schalter, der einen Stromkreis, an dem eine hinreichend hohe Spannung anliegt, öffnet bzw. schließt. Der Abrissfunken zeigt sich nun ausschließlich beim Öffnen des Kontakts. Grund und Erklärung ist die Lenzsche Regel, wobei die Kontaktstelle im Schalter als einfachste Spule mit nur einer „Windung“ aufgefasst wird. Durch das Trennen des Kontakts baut sich in der idealisierten Spule eine Induktionsspannung auf, die wiederum einen Strom verursacht, der der Trennung entgegenwirkt. Somit ergibt sich ein sichtbarer Funke und im Falle der Nanodrähte eine am Oszilloskop beobachtbare gedämpfte Schwingung der Zeit-Spannungs-Kurve, die das Wirken der induzierten Spannung und Stromstärke widerspiegelt.

Laut [7] bilden sich die Nanodrähte aber nicht nur bei der Trennung, sondern auch bei der Annäherung eines mechanischen Kontaktes aus. Tatsächlich konnten im Experiment beim Schließen des Kontaktes die markanten Plateaus am Oszilloskop sehr häufig nachgewiesen werden. Obwohl in der bisherigen Literatur lediglich die Quantisierung der Leitfähigkeit bei der Trennung eines Kontaktes betrachtet wurde, scheint es so, als könnte im (einfachen Schul-)Experiment eine entsprechende Quantisierung beim Schließen des Kontaktes wesentlich unproblematischer gezeigt werden.

Das Bild vom „Eintunken“ der Spitze in die Oberfläche, wie es in [4] nahegelegt wird, ist dann als Veranschaulichung aber eher irreführend und ungeeignet. Auch das „Ziehen von Käsefäden bei der Pizza“ in [1] kann nur beim Trennvorgang des Kontakts als erklärendes Bild verwendet werden.

Die Frage, warum das Modell der Nanodrähte auch beim Schließen des Kontakts die Plateauhöhen korrekt beschreibt und vorhersagt, wird wie folgt erklärt: die Oberfläche des Drahtes ist bei hinreichend naher Betrachtung nicht glatt. Bei Annäherung dieser „zerklüfteten Landschaften“ aneinander, kann

von „Berg zu Berg“ bereits ein Nanodraht ausgebildet werden, der dann im Folgenden durch Einbeziehung „tiefer liegender Landschaften“ verstärkt wird. Hierbei kann es dann auch zu einer „Überlagerung“ bzw. Existenz mehrerer Nanodrähte kommen.

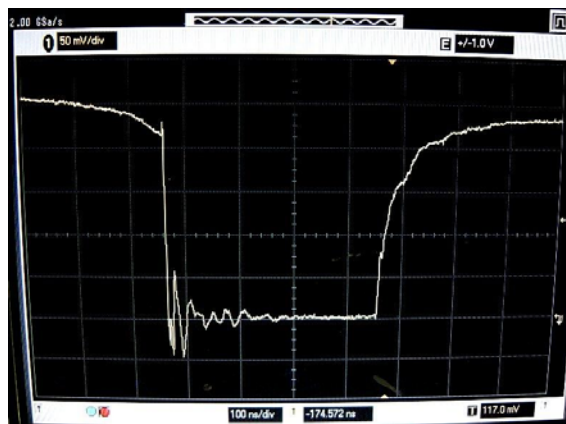


Abb. 5: Das Diagramm zeigt das Öffnen und Schließen des Kontakts. Die Trennung ist von einer Oszillation überlagert; der Schließprozess zeigt allerdings schön die erwarteten Quantisierungsstufen.

4.2.2 Das Problem der Reproduzierbarkeit

Bei „ungeübter“ Durchführung zeigt tatsächlich nur etwa jede zehnte Kurve das gewünschte Muster. Hat man sich allerdings mit der optimalen Anordnung der Drähte und der Einstellung des Oszilloskops (insbesondere des Triggerlevels) vertraut gemacht, so kann bereits jede dritte Messkurve das erwünschte Muster zeigen. Dies gelang mit dem einfachsten Aufbau, einer 1,5 V-Batterie und Klopfen auf den Tisch. Für einen potenziellen Unterrichtseinsatz, der „sceptical schoolchildren“ (vgl. [1] im Vorwort) überzeugen soll, mag dies allerdings immer noch als Unsicherheitsfaktor angesehen werden.

Eine plausible Erklärung für die mangelhafte Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse sowie für die hohe Diversität der Ergebnisse ergibt sich abermals aus dem Deutungsansatz der Drahtoberflächen als zerklüfteter Landschaften auf kleiner Skala. Verschiedene „Berge“ bilden zu verschiedenen (relativ zueinander verschobenen) Zeitpunkten Nanodrähte zur gegenüber liegenden Drahtoberfläche aus. Durch diese zwar simultane, allerdings nicht synchrone Existenz verschiedener Nanofäden kommt es nun zur Überlagerung der einzelnen spezifischen „Stufenstrukturen“ im Oszilloskopbild. Aufgrund der unterschiedlichen Abstände der „Berge“ voneinander besitzen die entstehenden Nanofäden nun auch marginal unterschiedliche Längen. In Folge „verwaschen“ die Bilder, und die markante Stufenstruktur ist verwaschen. Gute und aussagekräftige Beobachtungen erhält man deswegen nur dann, wenn sich durch Zufall ein Oberflächenkontakt einstellt, bei dem die sich einander annähernden Oberflächen in ihrer „Landschaft“ nahezu identisch sind, so dass

sich annähernd synchron Nanofäden ausbilden bzw. tatsächlich nur ein Faden existiert. Da diese Situation allerdings nicht absichtlich, sondern nur rein zufällig herbeigeführt werden kann, bleibt ein positives und überzeugendes Versuchsergebnis leider nur ein statistischer Effekt. Falls die Ergebnisdaten z. B. durch ein Speicheroszilloskop in Form eines USB-Interfaces in Tabellenform aufgezeichnet werden können, so bietet sich hier allenfalls nur eine Mittelung von Versuchsreihen als Ausweg an (vgl. z.B. [8]). Dies nimmt dem Experiment allerdings den Charme seiner Einfachheit.

Abgesehen davon kann obiges Manko aber auch als Chance dahingehend interpretiert werden, den Schülern eine realistische Sichtweise auf die experimentalphysikalische Praxis zu vermitteln. Die oben erwähnten „zerklüfteten Landschaften“ der Drahtoberflächen sind den Schülern als Erklärungsmodell für den statistischen Charakter der Versuchsergebnisse zugänglich. Hier bietet es sich an, dies mit den Schülern im Unterricht zu diskutieren. Dadurch wird die heikle Eigenart des Experiments aufgehoben und für die Schüler einsichtig.

Es können außerdem weitere Maßnahmen zum sichereren Gelingen des Experiments getroffen werden: zum einen sollten die Drähte, wie in Abb. 4 angedeutet, nahezu senkrecht zueinander ausgerichtet sein. Dadurch ist die Lage der Drähte zueinander in Bezug auf mehrere Versuchsdurchführungen sehr stabil, und das für eine Kontaktausbildung mittels Nanofäden in Betracht kommende Areal beider Drahtoberflächen wird auf ein Minimum reduziert. Um Letzteres zu unterstützen, sollte zum anderen auch dünnem Draht der Vorzug gegeben werden. Dafür spricht auch die überwiegende Mehrheit positiver Versuchsergebnisse, die hier mittels des dünnen Golddrahts (Durchmesser 0,025 mm) gewonnen wurden.

4.3 Ergebnisse und Auswertung

4.3.1 Widerstand-Spannungs-Relation

Aus Abb. 3 lässt sich ersehen, dass in der verwendeten Schaltung gilt:

$$\frac{U_{Oszi}(N)}{R_M} = \frac{U_{max}}{R_M + R(N)[+R_V]} \quad (6)$$

Dabei steht U_{max} für die maximale Spannung, die an der Kontaktstelle anliegt.

4.3.2 Glatte Kurven im klassischen Fall

Zunächst soll die Frage geklärt werden, welche Diagramme im klassischen Fall zu erwarten wären. Dabei gehen wir zwar ebenfalls von der Vorstellung aus, dass sich zwischen den beiden Drähten ein Nanodraht ausbildet; wir verzichten jedoch auf das quantenmechanische Subbandmodell aus Abschnitt 3. Wir ordnen dem Nanodraht also einen Widerstand zu, der rein makroskopisch von seinem Material

(spezifischer Widerstand ρ) und seiner Dimensionierung (Länge l und Querschnittsfläche A) abhängt:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

Gehen wir weiter von der plausiblen Annahme aus, dass der Nanodraht unabhängig von seiner Länge l stets aus einer konstanten Anzahl Atome (also konstanter Masse) besteht, so können wir von einem konstanten Volumen des Nanodrahts sprechen. Dies unterstreicht die Tatsache, dass der Faden bei Trennung der beiden Drähte immer dünner und bei Annäherung immer dicker wird. Fassen wir den Faden als Prisma oder Zylinder (mit konstantem Volumen $V=A \cdot l$) auf, so erhalten wir für den Widerstand des Nanodrahtes eine quadratische Abhängigkeit von seiner Länge:

$$R = \frac{\rho}{V} \cdot l^2 = const. \cdot l^2 \quad (7)$$

Für die verwendete Schaltung gilt damit gemäß (6) näherungsweise:

$$U_{Oszi}(l) \approx \frac{1}{1 + const. \cdot l^2} \cdot U_{max} \quad (8)$$

Folgende Abbildung zeigt damit exemplarisch das zu erwartende Diagramm beim Schließen des Kontakts (hier: $const.=1$, Ordinate U/U_{max} , Abszisse mit reziprokem Abstand l für Annäherung):

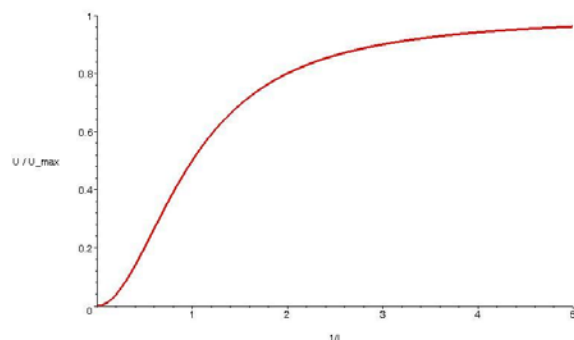


Abb. 6 : Klassisches Verhalten der am Messwiderstand abfallenden Spannung beim Schließen des Kontakts

4.3.3 Prognose der Plateauhöhen

Im Gegensatz zu den klassisch zu erwartenden Kurven erhält man allerdings im Experiment abgestufte Diagramme. Zur Bestimmung der „Höhe“ der Plateaus über der „Nulllinie“ im Diagramm verwenden wir die Beziehung (6). Damit ergibt sich näherungsweise:

$$U_{Oszi}(N = 1) \approx 0,44 \cdot U_{max}$$

$$U_{Oszi}(N = 2) \approx 0,61 \cdot U_{max}$$

$$U_{Oszi}(N = 3) \approx 0,70 \cdot U_{max}$$

...

Die im Einzelfalle (asymptotisch) erreichte Maximalspannung U_{max} am Kontakt kann dann zum Beispiel aus der Höhe des ersten Plateaus berechnet werden. Die Plateauhöhen wurden für einschlägige gute Ergebnisdiagramme berechnet und zur leichteren Identifikation mittels eines Grafikbearbeitungsprogramms nachträglich eingetragen. Dabei handelt es sich also stets um die *theoretisch zu erwartenden* Spannungswerte.

4.3.4 Erfolgreiche Messbeispiele

Speicheroszilloskop mit 500 MHz:

Das Diagramm in Abb. 7 zeigt sehr gut die ersten vier Quantisierungsstufen, wobei die maximale Spannung an der Kontaktstelle noch innerhalb des beobachteten Zeithorizonts erreicht wird. Die höheren Plateaus gehen im Rauschen verloren. Bemerkenswert ist, dass es sich hierbei um den dickeren Golddraht handelt, der ohne Probleme direkt in die Laborklemmen eingespannt werden kann. Allerdings ist die zeitliche Auflösung mit 50 Nanosekunden pro x-Achsen-Einheit sehr klein. Dies macht in der Praxis den Einsatz eines Speicheroszilloskop mit einer Abtastrate von mindestens 200 MHz erforderlich.



Abb. 7: Golddraht, Durchmesser 0,4 mm, mit Vorwiderstand $R_V=100 \Omega$, Batterie 1,5 V; mit theoretisch zu erwartenden Plateaus.

Das Diagramm in Abb. 8 wurde ohne den Vorwiderstand und mit dem feineren Golddraht erzeugt. Ohne den Vorwiderstand ist das Spannungsniveau höher und deswegen die Kurve insgesamt weniger verrauscht. Die Zeitauflösung beträgt 100 Nanosekunden pro horizontalem Zeit-Abschnitt. Damit genügt für eine derartige Messung ein 50 MHz-Speicheroszilloskop.

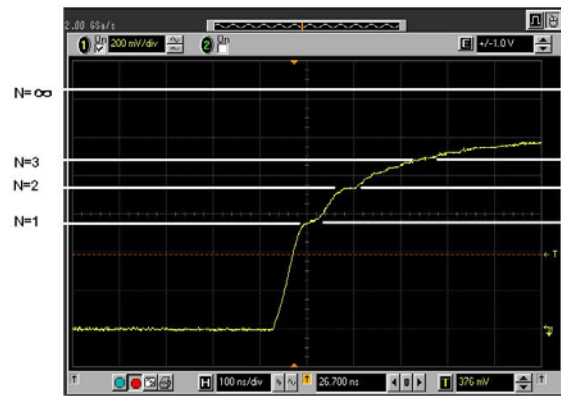


Abb. 8: Golddraht, Durchmesser 0,025 mm, ohne Vorwiderstand, Batterie 1,5 V; mit theoretisch zu erwartenden Plateaus.

Speicheroszilloskop mit 20 MHz:

Auch an einem schultypischen Gerät lassen sich erfolgreiche Beispiele erzeugen. Unter Verwendung des dünnen Golddrahts zeigt Abb. 9 vier, Abb. 10 immerhin zwei zur theoretischen Vorhersage passende Plateaus.

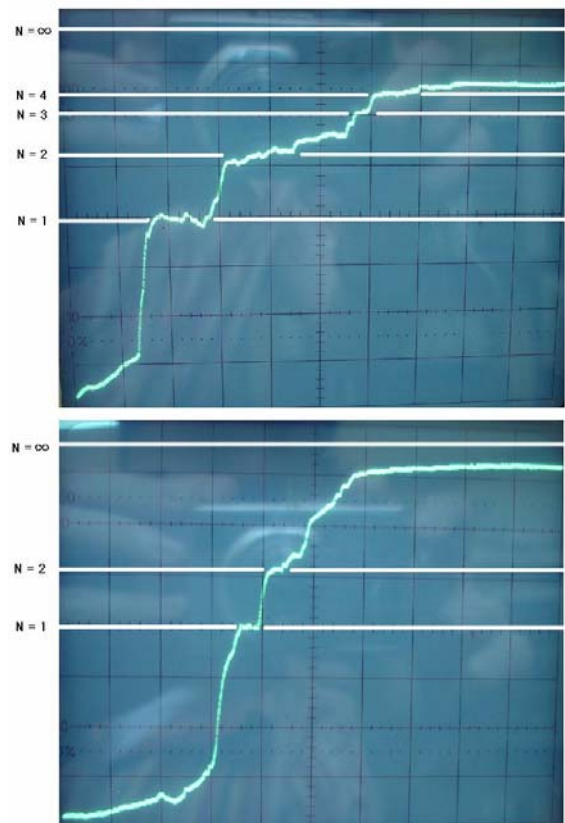


Abb. 9 u. 10: Golddraht, Durchmesser 0,025 mm, ohne Vorwiderstand, Batterie 1,5 V; jeweils mit theoretisch zu erwartenden Plateaus.

5. Einbindung in den Unterricht

Der thematisierte Versuch zur Demonstration der quantisierten Leitfähigkeit greift die in den Lehrplänen formulierten Leitgedanken auf, indem er den Schülern eine wesentliche Gesetzmäßigkeit des Mikrokosmos bzw. der Quantenphysik, aufzeigt: das Auftreten quantisierter Messergebnisse (vgl. [2]). Ohne die hohe Auflösung des zu verwendenden Oszilloskops und die Möglichkeit, die auf einer sehr kleinen Zeitskala stattfindenden Spannungsänderungen aufzuzeichnen, wäre diese Erkenntnis allerdings auch gar nicht erst möglich. Dies gilt es, dem Schüler bewusst zu machen. Aufbauend auf den Beobachtungen können (und müssen) dann alternative Modellvorstellungen, die im Mikrokosmos gelten, diskutiert werden.

Zudem eröffnet sich die Möglichkeit, das Phänomen der Leitfähigkeitsquantisierung eingängiger zu untersuchen, sowie seine Auswirkung auf die (Computer-) Elektronik zu erörtern: immer kleinere Strukturen in der Welt der Nanotechnologie fordern ein gezieltes Verständnis der Effekte, die z.B. beim Öffnen und Schließen eines (Punkt-) Kontaktes auftreten.

Die Schüler sind mit dem Konzept des Widerstands sowie dem Aufbau einfacher elektrischer Schaltkreise spätestens seit der achten Klasse Physik hinreichend vertraut. Zumeist nicht verpflichtend ist allerdings die Einführung des spezifischen Widerstands. Sollte dieses Wissen bei den Schülern daher nicht vorhanden sein, so empfiehlt es sich, dies nachzuholen. Ein grobes heuristisches Vorgehen erscheint dabei ausreichend. Die Kenntnis des Zusammenhangs von spezifischem Widerstand, Länge des Leiters und dessen Querschnitt ermöglicht dann nämlich die vermeintliche Prognose der Oszilloskopbilder, wie sie im klassischen Kontext zu erwarten sind. Ausgehend von der Schaltskizze (Abb. 3) sind die Schüler in der Lage, sämtliche in Abschnitt 4.3 gezogenen Schlüsse nachzuvollziehen. Der kognitive Konflikt, der sich aus dem Widerspruch zwischen der (klassischen) Prognose in Form von „glatten Kurven“ und den tatsächlich gemessenen Diagrammen mit ihren markanten Stufen ergibt, eignet sich gut, um auf wesentliche Aspekte der Quantenphysik einzugehen.

Eine vollständige Durchdringung des physikalischen Hintergrunds (wie er z.B. in Abschnitt 3 angedeutet ist) kann (und will) dieses Vorgehen aber nicht leisten. Für eine nachhaltige, verständliche und vor allen Dingen faszinierende Vorgehensweise zur Einführung in die Welt der Quantenphysik, die auf vorhandenen Schülervorstellungen aufbaut, erscheint dieses Experiment allerdings gut geeignet.

6. Literaturverzeichnis

- [1] „Table-top quantum theory“ in *The Economist* October 28th 1995, S. 104
- [2] J. Küblbeck: „Die Wesenszüge der Quantenphysik“, Handreichung zur 13. Fachleitertagung für Physik 2003 des deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V.
- [3] J.K. Gimzewski, R. Möller, *Transition from the tunneling regime to point contact studied using scanning tunneling microscopy* in *Physikal Review B* (1987) Vol. 36 Nr. 2, pp. 1284-1287
- [4] J.I. Pascual, J. Mendez, J. Gomez-Herrero, A.M. Baro, N. Garcia, *Quantum Contact in Gold Nanostructures by Scanning Tunneling Microscopy* in *Physical Review Letters* (1993) Vol. 71 Nr. 12, pp. 1852-1855
- [5] J.L. Costa-Krämer, N. Garcia, P. Garcia-Mochales, P.A. Serena, *Nanowire formation in macroscopic metallic contacts: quantum mechanical conductance tapping a table top* in *Surface Science* 342 (1995), pp. 1144-1149
- [6] R. Gann, F. Schäffler, *Quantisierung des Leitwerts in eindimensionalen Goldkontakten* in *PLUS LUCIS* 2/97, pp. 30-34
- [7] H.-J. Eichler, J. Findeisen, M. Knepper, *Demonstration der Leitfähigkeit in Nanodrähten* in *PdN-Ph.* 4/46 (1997), pp. 36/37
- [8] J. Ruppel, M. Brennscheidt, *Versuchsprotokoll zur Eindimensionalen Leitfähigkeitsquantisierung im Rahmen des Physikalischen Fortgeschrittenenpraktikums*, zu beziehen über www.versuchsprotokolle.de
- [9] P. A. Tipler, *Physik*, 3. korrigierter Nachdruck 2000 der 1. Auflage 1994, Spektrum Akademischer Verlag
- [10] H. J. Eichler, H.-D. Kronfeldt, J. Sahn, *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2. Auflage 2005, Springer Berlin
- [11] Alfa Aesar GmbH & Co KG; <http://www.alfa-chemcat.com>