Mathematische Bereiche in Leistungskursklausuren

Felix Schoppmeier*, Andreas Borowski+, Hans E. Fischer*

* Universität Duisburg-Essen, Didaktik der Physik, felix.schoppmeier@uni-due.de hans.fischer@uni-due.de
+ RWTH Aachen, Didaktik der Physik und Technik, borowski@physik.rwth-aachen.de
(Eingegangen: 24.02.2012; Angenommen: 15.06.2012)

Kurzfassung

Die Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik [1] verlangen für Leistungskurse einen erhöhten Grad an Mathematisierung von Sachverhalten. Man kann die im Zusammenhang mit der Physik vorkommenden mathematischen Operationen nach den Bereichen *Berechnen, Umformen, Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* und *Modellieren* klassifizieren. Während die Bereiche *Berechnen* und *Umformen* mathematische Routinetätigkeiten umfassen, benötigt man für die Mathematisierung physikalischer Sachverhalte Operationen, die in die Bereiche *Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* und *Modellieren* fallen. In der vorliegenden Untersuchung werden zentrale und dezentrale Leistungskursabituraufgaben der Bundesländer Baden-Württemberg, Nordrhein-Westfalen, Sachsen-Anhalt und Rheinland-Pfalz der Jahre 2006-2009 verglichen. Eine Schrittanalyse der Erwartungshorizonte zeigt, dass mathematische Routinetätigkeiten in stärkerem Maße vorkommen als Tätigkeiten, die im Zusammenhang mit der Mathematisierung von Sachverhalten stehen.

1. Einleitung

Zum Bildungsauftrag der gymnasialen Oberstufe gehört die vertiefte Allgemeinbildung und die Studierfähigkeit [1]. Im wissenschaftspropädeutischen Sinne sollen die Schülerinnen und Schüler einen Einblick in die Arbeitsweisen und in die fachlichen Grundlagen des jeweiligen Unterrichtsfaches erhalten. Für die Abituraufgaben im Fach Physik bedeutet dies, dass der Umgang mit der Mathematik eine zentrale Rolle einnimmt und als eine notwendige Voraussetzung für das Lösen physikalischer Probleme in den Vordergrund rückt. Es kann zwischen mathematikgebundenen und nicht-mathematikgebundenen Anforderungen unterschieden werden. Mathematikgebunde Anforderungen in der Oberstufenphysik lassen sich ähnlich wie in [2] nach *mathematischen Routinetätigkeiten* (z. B. Äquivalenzumformungen) und Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten* (z. B. Ansätze erstellen) unterteilen. Dabei können Tätigkeiten zur Mathematisierung einen wesentlichen Einblick in die physikalische Methodik und Erkenntnisgewinnung liefern [3]. Nicht-mathematikgebundene Anforderungen verlangen keinen Einsatz mathematischer Arbeitsweisen.

Die Beschreibung und Erfassung mathematikgebundener und nicht-mathematikgebundener Anforderungen von Abiturklausuren kann gezielte Hinweise zur Gestaltung zukünftiger Aufgaben geben. Bisher ist noch nicht geklärt, wie hoch der Anteil mathematikgebundener und nicht-mathematikgebundener Anteile in Abiturklausuren ist. Unklar ist auch, welchen Stellenwert *mathematische Routinetätigkeiten* und Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten* in Abiturklausuren einnehmen und welches Verhältnis zueinander ideal wäre. Die hier vorgestellte Studie soll einen Anstoß zu dieser Diskussion geben.

Es wurden Physik-Leistungskursabiturklausuren aus unterschiedlichen Bundesländern nach verschiedenen mathematischen und nicht mathematischen Bereichen analysiert (zur Beschreibung und Kategorisierung der Bereiche siehe Abschnitt 3). Eine Analyse gibt Aufschluss über die mathematischen Anforderungen im Abitur und liefert einen ersten Einblick in den dort repräsentierten Stellenwert von *mathematischen Routinetätigkeiten* und Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten*. Grundlage für die Klausuranalyse sind die mathematischen Bereiche *Berechnen, Umformen, Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* und *Modellieren*. Jeder dieser Bereiche umfasst eine bestimmte Klasse mathematischer Operationen. Die Bereiche *Berechnen* und *Umformen* fassen Operationen zusammen, die *mathematischen Routinetätigkeiten* zuzuordnen sind, wogegen die Bereiche *Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* und *Modellieren* Operationen umfassen, die eine *Mathematisierung von Sachverhalten* darstellen. Zur Erfassung nicht-mathematikgebundener Anforderungen wurden die Bereiche *Fachwissen wiedergeben, Fachwissen anwenden, Fachwissen zur Interpretation nutzen, Naturwissenschaftliches Arbeiten* und *Bewerten* benutzt. Ausgewertet wurden die Erwartungshorizonte der jeweiligen Klausuren, also die von den Konstrukteuren der Aufgaben formulierten Musterlösungen mit den dort vorgeschlagenen Lösungsschritten. Jedem einzelnen Lösungsschritt wurde entweder ein mathematischer

Bereich oder ein nicht-mathematischer Bereich zugeordnet.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1. Die Mathematisierung in der Physik

Mathematik spielt eine essentielle Rolle in der Geschichte und Gegenwart der Physik [4]. Die enge Verknüpfung ist auf das Wesen beider Disziplinen zurückzuführen: Der Mathematik wird die Rolle einer Sprache zugewiesen [5, 6], die dazu in der Lage ist, Objekte und Ereignisse sowie ihre Beziehungen zueinander zu beschreiben. Diese Eigenschaft der Mathematik ist essentiell für die Physik. Feynman [7] betont, dass Physik und Mathematik zwar unterschiedliche Disziplinen darstellen, sich jedoch einander helfen, wobei mathematisierte Sachverhalte in der Physik stets mit einer physikalischen Bedeutung gefüllt werden müssen. So nutzt die Physik die Mathematik, um physikalische Phänomene, Sachverhalte und Zusammenhänge mathematisch zu beschreiben und um Vorhersagen für das Verhalten von Systemen zu treffen. Eine solche Mathematisierung hat nach Pospiech [3] auch eine strukturierende Eigenschaft, sie ist somit eine wesentliche Denkweise der Physik: Durch ähnliche mathematische Strukturen in der Physik kann auf Analogien und ähnliche Argumentationsweisen geschlossen werden. Physikunterricht sollte daher nicht nur den Werkzeugcharakter der Mathematik betonen, sondern auch ihre strukturbildende Funktion in den Vordergrund stellen.

Ein Physikunterricht, der im Sinne der Sekundarstufe II wissenschaftspropädeutisch auszurichten ist [1, 8], sollte diese Funktionen der Mathematik in der Physik angemessen berücksichtigen. Routinemäßige Prozeduren, die beispielsweise auf das Ermitteln eines Zahlenwerts abzielen, kommen dieser Forderung weniger nach als Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten*. Viele fachdidaktische Veröffentlichungen zur Mathematisierung in der Physik thematisieren insbesondere die mathematische Modellierung und weisen ihr eine besondere Rolle zu: Bei einer Analyse von Physikunterricht haben Karam & Pietrocola [2] rein mathematische Merkmale von denen für das Lernen von Physik wichtigen mathematisch-strukturbildenden Merkmalen abgegrenzt. Angell, Kind, Henriksen & Guttersrud [9] haben einen Lehransatz für mathematisches Modellieren in der Sekundarstufe II entwickelt. Prediger [10] beschreibt typische Muster in Modellierungsprozessen von Lernenden und Greca & Moreira [11] gehen auf die Rolle mentaler Modelle bei mathematischen Modellierungen ein. Eine Untersuchung studentischer Lösungsstrategien bei der Bearbeitung von Physikaufgaben [12] differenziert zwischen sechs Aktivitäten der Problemlösung und weist dabei verschiedene Umgänge mit mathematischen Modellierungen aus. Bei Krey & Mikelskis [13] wurde u. a. die Beliebtheit von Modellierungstätigkeiten bei Schülern untersucht.

Inwieweit der Mathematisierungsaspekt im Unterricht der Sekundarstufe II genutzt wird, hängt u. a. von den länderspezifischen Vorgaben für die Abiturprüfungen ab, die den Einheitlichen Prüfungsanforderungen für die Abiturprüfung (im Folgenden: EPA) folgen sollten. Der folgende Abschnitt gibt deshalb zunächst einen Einblick in die EPA.

2.2. Vorgaben der Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung im Fach Physik

Die Kultusministerkonferenz hat mit den EPA [1] bundesweit gültige Vorgaben für die Abiturprüfungen festgelegt. Sie liegen derzeit für 42 Fächer vor und gelten für Grund- und Leistungskurse. Der Unterricht der Sekundarstufe II hat die in den EPA genannten Vorgaben zu berücksichtigen und auf die dort formulierten Anforderungen hinzuarbeiten. Die EPA für Physik geben abiturrelevante Inhalte vor und unterteilen diese in vier grundlegende Sachgebiete (Felder, Wellen, Quanten, Materie). Auf Basis der Bestimmung der Länder können diese Sachgebiete zusätzlich vertieft und durch zusätzliche Sachgebiete erweitert werden. Die Abiturprüfung muss mindestens zwei der obligatorischen Sachgebiete abdecken, wobei sich mindestens die Hälfte aller Anforderungen in der Abiturprüfung auf die fachlichen Inhalte dieser Sachgebiete beziehen muss. Abituraufgaben sind so zu konstruieren, dass ein möglichst breites Spektrum von Qualifikationen und Kompetenzen abgefragt wird. Dafür unterscheiden die EPA zwischen den vier Kompetenzbereichen *Fachkenntnisse*, *Fachmethoden*, *Kommunikation* und *Reflexion*, an denen die fachlichen Inhalte gekoppelt werden. Der Umgang mit der Mathematik wird zu dem Bereich *Fachmethoden* gezählt, unter dem die Beschreibung und Nutzung von Erkenntnismethoden und Fachmethoden der Physik gefasst wird.

Das Leistungsvermögen wird durch die drei Anforderungsbereiche (im Folgenden: AFB) *Reproduktion*, *Anwendung* und *Transfer*, die sich über alle Kompetenzbereiche erstrecken, gestuft erfasst. Die folgende Tabelle (Tab. 1) zeigt eine Zusammenstellung der einzelnen Anforderungsbereiche für den Umgang mit Mathematik:

AFB I ***Beschreiben und Einsetzen von Fachmethoden***	AFB II ***Anwenden von Fachmethoden***	AFB III ***Problembezogenes Auswählen und Anwenden von Fachmethoden***
• Gleichungen umformen und Größen berechnen	• Mathematische Abhängigkeiten aus Messdaten gewinnen • Physikalische Phänomene mathematisch beschreiben • Begründetes Herleiten der mathematischen Beschreibung einfacher Sachverhalte	• Begründetes Herleiten der mathematischen Beschreibung eines physikalischen Sachverhalts • Alternative Lösungswege entwickeln

Tab. 1: Anforderungsbereiche im Kompetenzbereich "Fachmethoden" für den Umgang mit Mathematik [1]

Operationen, die eine *Mathematisierung von* Sachverhalten darstellen, finden nach dieser Vorgabe in den Anforderungsbereichen II und III statt, wogegen Operationen, die den *mathematischen Routinetätigkeiten* zuzuordnen sind, in den Anforderungsbereich I fallen. Eine Klausur erreicht dann ein angemessenes Niveau, wenn das Schwergewicht der zu erbringenden Leistungen im Anforderungsbereich II liegt und der Anforderungsbereich I in höherem Maße berücksichtigt wird als der Anforderungsbereich III [1].

Die Anforderungen zwischen Grund- und Leistungskurs sollen sich quantitativ und qualitativ unterscheiden. Für den Leistungskurs sehen die EPA einen *erhöhten Grad an Mathematisierung von Sachverhalten* vor. *Mathematisierung von Sachverhalten* gelingt nicht allein durch routinemäßige Tätigkeiten aus den Bereichen *Berechnen* und *Umformen*, sie verlangt vielmehr Operationen, die im Zusammenhang mit den in AFB II und AFB III beschriebenen Anforderungen stehen (vgl. Tab. 1). Der von den EPA geforderte erhöhte Grad an *Mathematisierung von Sachverhalten* steht somit im Einklang mit der Forderung nach der schwerpunktmäßigen Behandlung des Anforderungsbereiches II. Kühn [14] konnte jedoch zeigen, dass die in den EPA geforderte Verteilung der Anforderungsbereiche in Physikleistungskursabiturklausuren nur bedingt eingehalten wird: Anforderungsbereich I ist häufiger enthalten als Anforderungsbereich II. Der Anforderungsbereich III hingegen erfüllt die Forderung der EPA, er ist in geringstem Maße berücksichtigt.

2.3. Forschungsfragen

Bisher ist noch nicht geklärt, wie hoch der Anteil mathematikgebundener und nicht-mathematikgebundener Anteile in Abiturklausuren ist. Unklar ist auch, welchen Stellenwert die *Mathematisierung von Sachverhalten* einnimmt. Vor dem Hintergrund der in den EPA ausgewiesenen Rahmenvorgaben (vgl. 2.2) soll folgenden Forschungsfragen nachgegangen werden:

- Wie hoch ist der Anteil *mathematikgebundener Anforderungen* im Vergleich zu *nicht-mathematikgebundenen Anforderungen* bei Leistungskursabiturklausuren verschiedener Bundesländer?
- Wie hoch ist der Anteil der Anforderungen zur *Mathematisierung von Sachverhalten* im Verhältnis zu *mathematischen Routinetätigkeiten* und *nicht-mathematikgebundenen Anforderungen* bei Leistungskursabiturklausuren verschiedener Bundesländer?

Zur Beantwortung dieser Fragen ist eine Analyse der Erwartungshorizonte von Abiturklausuren nach verschiedenen mathematischen und nicht-mathematischen Bereichen notwendig. Im Folgenden werden, am Beispiel eines Modellierungskreislaufs, zunächst typische mathematische Operationen in der Physik aufgezeigt, die anschließend nach verschiedenen Bereichen klassifiziert werden.

2.4. Typische mathematische Operationen in der Physik am Beispiel eines Modellierungskreislaufs

Die EPA weisen darauf hin, dass die Schülerinnen und Schüler beim Abitur in der Lage sein sollen, mathematische Beschreibungen von Sachverhalten begründet herzuleiten (Tab. 1). Mit einem Modellierungskreislauf können die einzelnen Schritte von Herleitungsaufgaben beschrieben werden, die jeweils verschiedenartige mathematische Anforderungen darstellen können. In Anlehnung an den Modellierungskreislauf der Mathematik [15], lässt sich für Herleitungsaufgaben in der Physik ein analoger Modellierungskreislauf entwickeln (vgl. Abb. 1), der alle notwendigen Schritte einbezieht, die für eine vollständige Herleitung notwendig sind: Zunächst muss das zentrale Phänomen verstanden werden, um es in einen physikalischen Zusammenhang einordnen zu können. Darauf folgt eine Strukturierung und Vereinfachung der wesentlichen Aspekte des Phänomens in ein physikalisches Modell. Das physikalische Modell wird anschließend durch die Erstellung eines Ansatzes mathematisch modelliert (mathematisiert). Nachdem dieser Transfer von der „physikalischen Welt“ in die „mathematische Welt“ stattgefunden hat, wird mit dem erstellten Ansatz mathematisch gearbeitet: Um ein mathematisches Resultat zu erhalten, müssen Routineoperationen, wie Umformungen, Einsetzungen und Berechnungen durchgeführt werden. Zum Rücktransfer in die „physikalische Welt“ muss das auf diese Weise ermittelte „mathematische Resultat“ auf seine physikalische Aussage hin interpretiert werden. Das gewonnene

Resultat wird bei der Validierung mit dem eigentlichen Phänomen verglichen und auf seine Gültigkeit geprüft. Im Folgenden werden verschiedene mathematische Operationen, die bei einem Modellierungskreislauf durchlaufen werden und die für das mathematische Arbeiten in der Physik wichtig sind, nach verschiedenen Bereichen klassifiziert.

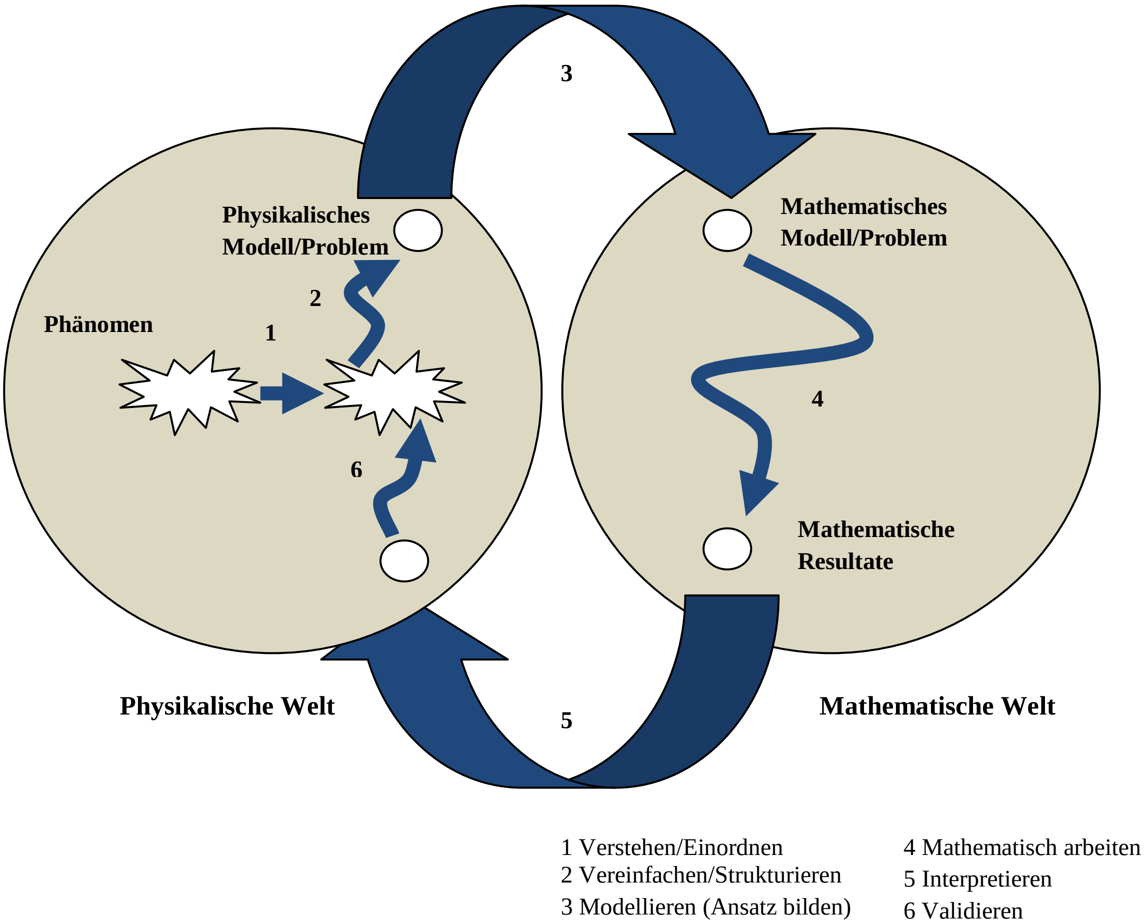


Abb. 1: Modellierungskreislauf in der Physik in Anlehnung an [15]

3. Mathematische und nicht-mathematische Bereiche

3.1. Modellieren

Wie in Abschnitt 2.4 dargelegt, kann das Modellieren, beispielsweise die Erstellung eines mathematischen Ansatzes, als eine grundlegende Prüfungsanforderung angesehen werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass Modellierungen in Klausuraufgaben schwierigkeitserzeugend sind. Die Anzahl von empirischen Studien hierzu ist jedoch verhältnismäßig klein. De Lozano & Cardenas [16] sehen die Übersetzung physikalischer Situationen in eine formalisierte mathematische Sprache als eine wesentliche Herausforderung an. Der Stellenwert des Modellierens sowie die angenommene Schwierigkeit ihrer Umsetzung geben Anlass, das *Modellieren* als einen mathematischen Bereich in der Physik gesondert zu betrachten. Das Durchlaufen eines kompletten Modellierungskreislaufs verlangt u. U. mehrere verschiedene mathematische Operationen: Neben der Erstellung eines Ansatzes durch Modellierung müssen z. B. auch *mathematische Routinetätigkeiten* durchgeführt werden, wie Umformungen und Berechnungen. Eine Klausuranalyse im Sinne des Forschungsinteresses (vgl. 2.3) verlangt ein disjunktes Kategoriensystem mathematischer Bereiche. Daher wird im Rahmen dieser Studie unter dem Begriff *Modellieren* nur der reine Modellierungsprozess verstanden. Er bezieht sich deshalb ausschließlich auf den Transfer von der „physikalischen“ in die „mathematische Welt“ (vgl. Abb. 2).

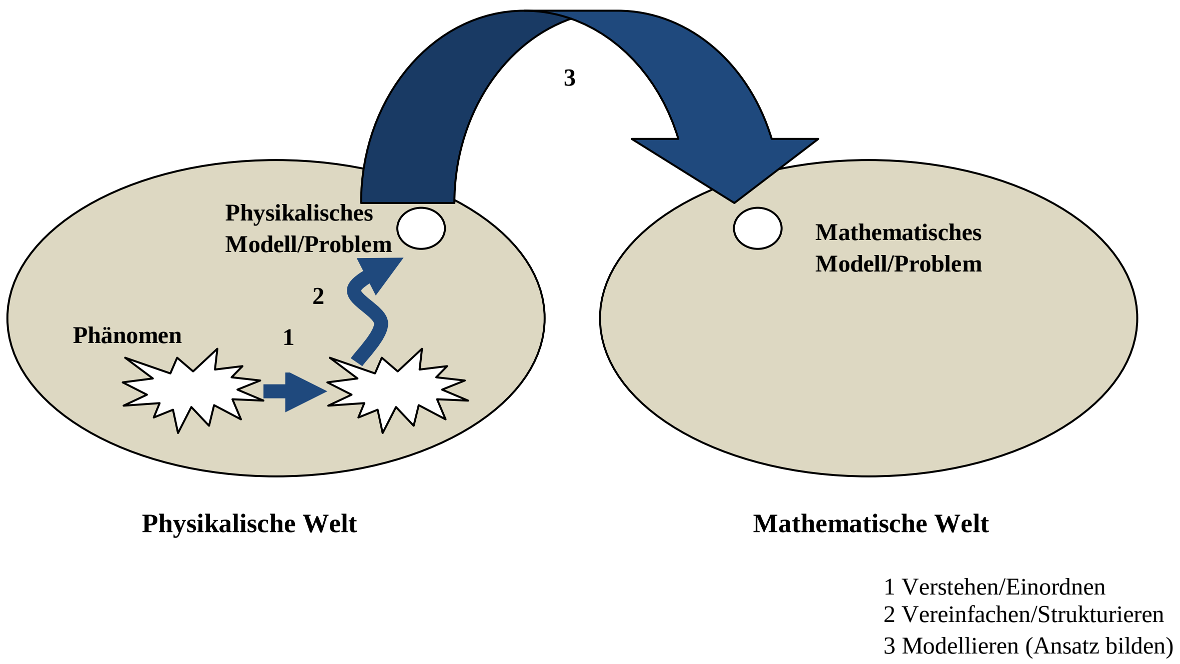


Abb. 2: Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses in der Physik

Herleitungsaufgaben, bei denen ein physikalischer Zusammenhang begründet hergeleitet werden soll, verlangen diese Modellierungsleistung. Die Vereinfachung und Strukturierung kann dabei durch eine Skizzierung der Problemsituation (ggf. durch Vektorendiagramme) geschehen, auf deren Grundlage ein mathematischer Ansatz gewählt werden kann. Um die Modellierung durchführen zu können, bedarf es einer physikalischen Analyse der vorliegenden Phänomene oder Sachverhalte. Das *Modellieren* erfordert somit hohe interpretatorische Fähigkeiten. Bekannte Formeln müssen singgerecht angewandt werden. Auch Operationen wie Näherungen oder Anpassung der Gleichungen an gegebene (Rand-) Bedingungen sowie die Approximation gegebener Messwerte durch eine mathematische Funktion werden in dieser Studie dem Bereich *Modellieren* zugeordnet.

3.2. Umgang mit funktionalen Zusammenhängen

Die Physik beschreibt physikalische Phänomene durch funktionale Zusammenhänge. Die mathematische Modellierung physikalischer Phänomene verlangt somit den Einsatz und das Verständnis funktionaler Zusammenhänge der Mathematik. Darüber hinaus instrumentalisiert die Physik funktionale Zusammenhänge zur Interpretation physikalischer Phänomene. Dies entspricht einer Umkehrung des in Abbildung 2 dargestellten Prozesses: Mathematische Formulierungen werden physikalisch interpretiert.

Funktionale Zusammenhänge waren bei TIMSS III [17] schwierigkeitserzeugend. Angell *et al.* [9] und Erickson [18] haben herausgefunden, dass Schüler funktionale Eigenschaften, wie die Steigung und Achsenabschnitte, in mathematischen Situationen besser identifizieren können als in physikalischen. Nach [18] können Schüler bei physikalischen Funktionsgleichungen meist nur die typische Form (z. B. Quadratfunktion) identifizieren und die Rolle der einzelnen Parameter nicht erkennen. Im Zusammenhang mit der *Mathematisierung von Sachverhalten* in der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass der Umgang mit funktionalen Zusammenhängen ein wesentliches Anforderungsmerkmal ist. Unter dem Bereich *„Umgang mit funktionalen Zusammenhängen"* wird in dieser Untersuchung das Verstehen, Interpretieren und Anwenden von Funktionsvorschriften und ihren grafischen Darstellungen verstanden. Es geht um den Umgang mit mathematisch-symbolischen und grafischen Repräsentationsformen. Hinsichtlich der Befunde von Angell *et al.* [9] und Erickson [18] ist es sinnvoll, auch diesen Bereich in einen mathematischen und einen physikalischen Teil zu separieren.

Zum *mathematischen Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* zählen mathematische Betrachtungen von Funktionsvorschriften und Funktionsgraphen in physikalischen Situationen, ohne physikalische Interpretationen vorzunehmen. Darunter werden allgemeine Beschreibungen eines Funktionsverlaufs oder das Belegen der Funktionsvorschrift eines gegebenen Funktionsverlaufs verstanden. Die Kenntnis spezifischer Funktionsmerkmale, wie Steigung und Achsenabschnitt, sind für diesen Bereich unentbehrlich. Die Lösung solcher Aufgabenschritte erfordert Kenntnisse über die für die Schulphysik bedeutenden mathematischen Funktionen. Zu diesem Bereich zählt auch die Betrachtung des Einflusses einer variablen Größe auf eine andere Größe in einer Funktion.

Der *physikalische Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* ist hingegen durch einen großen Anteil an Interpretation gekennzeichnet: Als Interpretationsgegenstand können Messwerte oder Funktionen vorliegen. Werden Messwerte in Form von Zahlen oder Diagrammen zur Interpretation vorgegeben, bezieht sich der *physikalische Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* auf

- die Interpretation von Funktionsverläufen und Diagrammen hinsichtlich relevanter physikalischer Größen und Ereignisse an einer bekannten, gegebenen, zu erschließenden oder evtl. zuvor modellierten Funktion.
- die Interpretation durch Instrumentalisierung mathematischer Operationen (z. B. die Steigung als Ableitungsfunktion physikalisch deuten).

Auch hierbei bedarf es nicht ausschließlich der Vorgabe von Messwerten und grafischer Repräsentationsformen. Eine Aufgabe aus dem Bereich *physikalischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* kann sich durchaus nur auf eine Funktionsvorschrift beziehen, an der physikalische Sachverhalte erklärt werden müssen.

3.3. Umformen

Das mathematische Arbeiten in der „mathematischen Welt“ des Modellierungskreislaufs (Abb. 1) beinhaltet u. a. das Umformen und Einsetzen von Gleichungen. Diese Anforderung wird nicht nur bei Modellierungsaufgaben gestellt, sondern auch bei Aufgaben, die auf die Berechnung von Zahlenwerten abzielen. Es wird betont [19], dass die fachspezifischen Unterschiede zwischen Mathematik und Physik in der symbolischen Repräsentation schwierigkeitserzeugend für den Umgang mit mathematischen Gleichungen in der Physik sein können. Die Mathematik benutzt teilweise andere Variablen als die Physik: Während in der Mathematik Funktionen z. B. oft mit f(x), y(x), g(y) bezeichnet werden, benennt die Physik ihre Variablen in Anlehnung an die Bezeichnung der dargestellten Größe, wie etwa *a(t), v(s), F(s)*. Die formalen Unterschiede in der Repräsentation können ausschlaggebend dafür sein, dass Schüler dazu tendieren, die physikalischen Formeln auswendig zu lernen, ohne sie zu verstehen [19]. Nach Erickson [18] können Schüler bei einem Variablenwechsel oft nur die in der Schulmathematik typische Form einer Gleichung identifizieren. So erkennen sie in der Formel $s = ½at^2$ nur die quadratische Form, ohne den Einfluss der einzelnen Variablen benennen zu können. Es wird davon ausgegangen, dass sich die durch die Variablenvielfalt bedingten Lernschwierigkeiten auch bei Gleichungsumformungen und beim Umgang mit Termen und Einsetzverfahren schwierigkeitserzeugend auswirken. Voraussetzung für die adäquate Anwendung der jeweiligen mathematischen Operationen ist das Verständnis der Zusammenhänge der in der Gleichung gegebenen Variablen.

Größere Äquivalenzumformungen, der Umgang mit Termen und Einsetzverfahren werden in dieser Studie zum Bereich *Umformen* gezählt. Es kann zwischen dem *mathematischen* und dem *physikmethodischen Umformen* unterschieden werden. Der Bereich *mathematisches Umformen* liegt immer dann vor, wenn mehrere Gleichungen nach einer bestimmten Größe aufgelöst werden müssen. Oftmals werden Umformungen im Hinblick auf Einsetzverfahren vorgenommen, um anschließend bestimmte Größen berechnen zu können. Auch das Einsetzen von Gleichungen sowie der Umgang mit Termen fallen in den Bereich *mathematisches Umformen*. Das Umstellen einer einzelnen Gleichung und eine anschließende Berechnung werden, wie unter 3.4 erwähnt, zu dem Bereich *Berechnen* gezählt.

Vom *mathematischen Umformen* ist das *physikmethodische Umformen* zu unterscheiden. Die Einheitenrechnung ist eine wesentliche Methode der Physik und kann als Validierungsinstrument im Modellierungskreislauf (Abb. 1) genutzt werden. Mit ihr ist es möglich, selbstständig hergeleitete Gleichungen zu überprüfen. Einige Aufgaben, in denen vorgegebene Formeln physikalisch-mathematisch hergeleitet werden sollen, fordern eine anschließende Einheitenberechnung ein und verweisen damit auf eine Kontrolle der hergeleiteten Größe. Bei größeren Einheitenrechnungen müssen ggf. mehrere Einheitengleichungen eingesetzt werden. Dafür ist die Kenntnis und Umformung von benötigten Einheitengleichungen erforderlich.

3.4. Berechnen

In [13] wurde die Beliebtheit verschiedener mathematischer Tätigkeiten bei Schülern der Jahrgangsstufe 10 untersucht. Das Ergebnis der Studie zeigt, dass anspruchslose und mechanisch durchführbare Routinetätigkeiten, wie das Berechnen physikalischer Größen oder das Ablesen von Messwerten, beliebter sind als Modellierungstätigkeiten, die ein tieferes Verständnis physikalischer Sachverhalte verlangen. Möglicherweise ist dafür das höhere Erfolgserlebnis bei diesen Tätigkeiten verantwortlich. Berechnungen von Zahlenwerten und Variablen können sowohl im Rahmen von physikalisch-mathematischen Herleitungsaufgaben als auch in Routineaufgaben verlangt werden: So gibt es Abituraufgaben, die lediglich das Berechnen von Zahlenwerten erfordern, ohne dabei auf eine Modellierung abzuheben. Um Leistungskursabiturklausuren umfassend auf die mathematischen Anforderungen zu analysieren, ist es daher notwendig, auch das *Berechnen* von Zahlenwerten und Variablen zu berücksichtigen. Unter dem Bereich *Berechnen* wird in dieser Studie das reine Ausrechnen von Zahlenwerten oder Variablen verstanden. Der Bereich *Berechnen* wird in mathematisches und physikalisches Berechnen unterteilt.

Mathematisches Berechnen bezieht sich auf das Berechnen von Zahlenwerten, Einheiten und Variablen. Die Grundlage bilden dabei als bekannt vorauszusetzende oder vorgegebene Gleichungen. Kenntnisse im Umgang mit den trigonometrischen Funktionen und gängige Rechenoperationen wie Differenzieren und Integrieren von Funktionen werden ebenfalls dem Bereich *Berechnen* zugeordnet.

Physikalisches Berechnen setzt physikalisches Verständnis voraus. Das bloße Einsetzen von Zahlenwerten ist hierbei nicht zielführend, vielmehr muss physikalisches Wissen eingebracht werden. So erfordert beispielsweise die Berechnung eines Kernzerfalls über Zerfallsgleichungen die Kenntnis der einzelnen Zerfallsarten. Skalenumrechnungen wie die Umrechnung von Celsius nach Kelvin setzen die Kenntnis und das Verständnis eines absoluten Nullpunktes voraus. Eine Umrechnung von Elektronenvolt in Joule muss die Definition des Elektronenvolts berücksichtigen.

3.5. Nicht-mathematische Bereiche in Physik-Leistungskursklausuren

Zusätzlich zu den in den vorherigen Abschnitten abgeleiteten mathematischen Bereichen sollen die nicht-mathematischen Anteile erfasst werden. Eine Sichtung aktueller Abiturklausuren verschiedener Länder ergab, dass die nicht-mathematischen Anforderungen durch die Bereiche

- *Fachwissen wiedergeben,*
- *Fachwissen anwenden,*
- *Fachwissen zur Interpretation nutzen,*
- *naturwissenschaftliches Arbeiten,*
- *Bewerten*

erfasst werden können.

Der Bereich *Wiedergabe von Fachwissen* liegt dann vor, wenn Wissen durch eine direkt formulierte Frage erfasst wird. Dieser Aufgabentyp ist von der *Anwendung von Fachwissen* zu unterscheiden, bei der Phänomene oder Ereignisse in innerphysikalischen Situationen beschrieben oder vorhergesagt werden sollen. Im Gegensatz dazu steht der Bereich *Fachwissen zur Interpretation nutzen.* Hierbei soll der Prüfling kausale Zusammenhänge im Hinblick auf Erklärungsmöglichkeiten untersuchen und abwägen. Aufgaben dieses Bereichs beinhalten wenig direkte Informationen über die zugrunde liegende physikalische Theorie. Sie liefern kaum Hinweise auf Erklärungszusammenhänge, sind sehr offen und geben lediglich ein physikalisches Phänomen als Problemstellung vor. Es ist erwünscht, dass sowohl Demonstrations- als auch Schülerexperimente in der Abiturprüfung vorkommen [1]. Alle nicht-mathematischen Tätigkeiten, die im Zusammenhang mit Experimentieren stehen, wurden unter den Bereich *naturwissenschaftliches Arbeiten* gefasst.

Das *Bewerten* wird in der fachdidaktischen Literatur immer wieder als eine wesentliche Kompetenz herausgestellt [20]. Die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss in den naturwissenschaftlichen Fächern [21] haben das Bewerten als einen Kompetenzbereich ausgewiesen. In den EPA [1] wird das Bewerten im Kompetenzbereich „Reflexion“ berücksichtigt. Hierzu werden Aufgaben gezählt, die eine Bewertung auf Grundlage physikalischen Wissens verlangen.

3.6. Kategorisierung der Bereiche

Im Hinblick auf das in 2.3 dargelegte Forschungsinteresse können die oben beschriebenen Bereiche, wie in Tab. 2 dargestellt, zusammengelegt und kategorisiert werden. Auf diese Weise können Aussagen über die Anteile der *mathematischen Routinetätigkeiten*, der *Mathematisierung von Sachverhalten* und der *nicht-mathematikgebundenen Anforderungen* gemacht werden.

Hinsichtlich der in den EPA formulierten Forderung nach einem erhöhten Grad an Mathematisierung [1], sollten nach dieser Kategorisierung die Bereiche *„mathematischer & physikalischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* und *Modellieren* in Leistungskursklausuren eine entsprechende Berücksichtigung finden. Zur Erfassung der Anteile der einzelnen Kategorien ist es nötig, bei den Abituraufgaben jeden einzelnen Lösungsschritt und die darin vorliegenden Operationen auf die oben beschriebenen Bereiche hin zu analysieren.

Mathematische Routinetätigkeiten	Mathematisierung von Sachverhalten	Nicht-mathematikgebundene Anforderungen
• Mathematisches Berechnen • Physikalisches Berechnen • Mathematisches Umformen • Physikmethodisches Umformen	• Mathematischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen • Physikalischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen • Modellieren	• Fachwissen wiedergeben • Fachwissen anwenden • Fachwissen zur Interpretation nutzen • Naturwissenschaftliches Arbeiten • Bewerten

Tab. 2: Kategorisierung der Bereiche

4. Stichprobe, Design und Methode der Studie

4.1. Stichprobe: Länderauswahl und Klausurformate

Die Studie stützt sich auf Leistungskursabiturklausuren verschiedener Bundesländer. Die Stichprobe umfasst die Abiturjahrgänge 2006-2009. Bei der Auswahl der Länder wurden verschiedene Entwicklungsstadien des Zentralabiturs berücksichtigt. In Baden-Württemberg (BW) wurde das Zentralabitur 1946 implementiert. Sachsen-Anhalt (ST) implementierte 1993 das Zentralabitur und behielt damit die zentrale Prüfungstradition der DDR bei. Nordrhein-Westfalen (NW) implementierte im Zuge bildungspolitischer Reformen das Zentralabitur im Jahr 2007 [14] und Rheinland-Pfalz (RP) führt dezentrale Abiturprüfungen durch. Die Klausurformate der unterschiedlichen Länder unterscheiden sich grundlegend. In Baden-Württemberg wird ein Klausurenset, bestehend aus drei Aufgaben, zentral gestellt. Die Lehrkraft wählt zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus. Sachsen-Anhalt überlässt die Auswahl den Schülern. Das zentral gestellte Klausurenset besteht aus einem Aufgabenblock G (Grundlegendes) und einem Aufgabenblock V (Vertiefendes), aus denen Aufgaben auszuwählen sind. In Nordrhein-Westfalen wählen die Lehrkräfte aus einem Klausurenset, bestehend aus zwei Klausuren mit je zwei Aufgaben, eine Klausur aus. Beim dezentralen Prüfungsverfahren in Rheinland-Pfalz müssen die Lehrkräfte der obersten Schulaufsichtsbehörde drei Aufgaben zur Genehmigung vorlegen, von denen zwei Aufgaben für die Abiturprüfung der betroffenen Klasse ausgewählt werden.

4.2. Design

Unter Verwendung der Klausurensets der zentral prüfenden Länder (BW, NW, ST) konnte eine Vollerhebung für die Jahrgänge 2006-2009 (NW: 2007-2009) durchgeführt werden. Aufgrund des dezentralen Prüfverfahrens in Rheinland-Pfalz stand für die Analyse nur eine Stichprobe ($N = 10$) zur Verfügung. Eine Interpretation der Ergebnisse muss berücksichtigen, dass die zur Verfügung stehenden Klausuren nicht repräsentativ für das Land Rheinland-Pfalz sind, da die Lehrkräfte ihre Klausuren freiwillig zur Verfügung gestellt haben.

BW	NW	ST	RP
4 Klausuren	3 Klausuren	4 Klausuren	10 Klausuren

Tab. 3: Klausurenzahl pro Bundesland

Bei den Klausuren der zentral prüfenden Länder konnten die in den Klausurensets enthaltenen Erwartungshorizonte zur Analyse herangezogen werden. Bei den für diese Studie verfügbaren Klausuren aus Rheinland-Pfalz lagen keine Erwartungshorizonte vor. Sie wurden in Anlehnung an die zentral prüfenden Länder von den Autoren erstellt. Die Erwartungshorizonte aller benutzten Klausuren wurden mit Hilfe eines Kodiermanuals analysiert.

4.3. Methode

Bei der Analyse der Erwartungshorizonte wurden einzelne Lösungsschritte der Teilaufgaben berücksichtigt. Das dafür benutzte Manual beschreibt die mathematischen und nicht-mathematischen Bereiche wie in Abschnitt 3 beschrieben. Bei der Analyse wurde jedem Lösungsschritt ein mathematischer oder ein nicht-mathematischer Bereich zugeordnet. Ein Lösungsschritt wird hierbei als eine Lösungstätigkeit (Operation) definiert, die einem dieser Bereiche zugeordnet werden kann. Die in dem Manual beschriebenen Bereiche stellen ein disjunktes Kategoriensystem dar. Die Übereinstimmung zweier Rater (Cohen’s Kappa) betrug $\kappa=0.9$, was auf eine sehr hohe Übereinstimmung hinweist [22]. Bei der gesamten Studie wurden 1152 Lösungsschritte analysiert. Das Beispiel im Anhang (Abb. 3) zeigt die Schrittanalyse einer typischen Teilaufgabe.

5. Ergebnisse der Analyse

5.1. Mathematikgebundene und nicht mathematikgebundene Anforderungen

Das Ergebnis der Analyse zeigt, dass die Mathematik eine entscheidende Rolle in Leistungskursabiturklausuren spielt. Deutlich mehr als die Hälfte der analysierten Lösungsschritte erfordern den Einsatz von Mathematik. Abb. 4 zeigt die Verhältnisse für die verschiedenen Bundesländer. Die Klausurstichprobe im dezentral prüfenden Land Rheinland-Pfalz zeigt signifikante Unterschiede zu den zentral gestellten Klausuren in Nordrhein-Westfalen ($p < 0.05$, $d = 0.23$) und Sachsen-Anhalt ($p < 0.05$, $d = 0.11$), vorbehaltlich einer nicht repräsentativen Stichprobe des Bundeslandes Rheinland-Pfalz.

Erhebliche Unterschiede in der Verteilung der Anteile sind zwischen Nordrhein-Westfalen und den anderen Bundesländern zu erkennen: Der Anteil an nicht-mathematischen Anforderungen liegt mit 30% am höchsten.

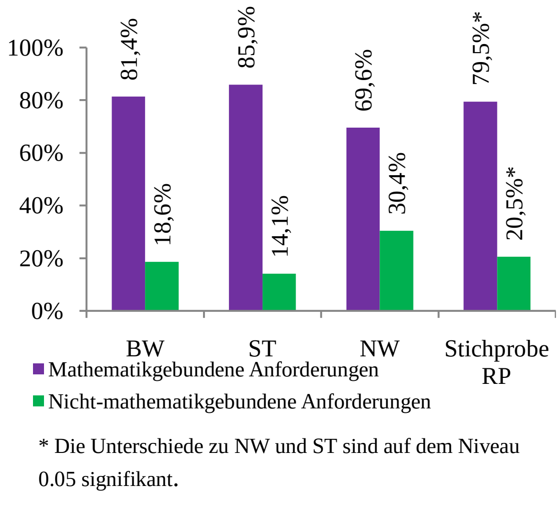
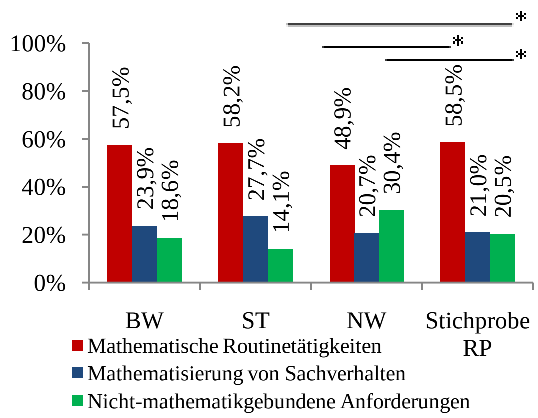


Abb. 4: Anteile mathematikgebundener & nicht-mathematikgebundener Anforderungen bei Leistungskursabiturklausuren

5.2. Mathematisierung von Sachverhalten vs. mathematische Routinetätigkeiten

Der in Abb. 4 dargestellte Anteil der mathematikgebundenen Anforderungen setzt sich aus den Kategorien *mathematische Routinetätigkeiten* und *Mathematisierung von Sachverhalten* zusammen (Tab. 2). Abb. 5 zeigt ihre prozentualen Anteile im Vergleich zu den nicht-mathematikgebundenen Anforderungen für die verschiedenen Bundesländer.



*Die Unterschiede sind auf dem Niveau 0.05 signifikant.

Abb. 5: Vergleich der Leistungskursabiturklausuren nach den Kategorien mathematische Routinetätigkeiten, Mathematisierung von Sachverhalten und nicht-mathematikgebundene Anforderungen

Die Kategorien *mathematische Routinetätigkeiten* ($p < 0.05$, $d = 0.18$) und *nicht-mathematikgebundene Anforderungen* ($p < 0.05$, $d = 0.23$) zeigen bezüglich Rheinland-Pfalz und Nordrhein-Westfalen signifikante Unterschiede, ebenso die Kategorie *nicht-mathematikgebundene Anforderungen* ($p < 0.05$, $d = 0.11$) zwischen Rheinland-Pfalz und Sachsen-Anhalt. Im Vergleich der Länder mit Zentralabitur weist Sachsen-Anhalt in der Kategorie *Mathematisierung von Sachverhalten* den größten Anteil auf. Gleichzeitig ist hier der Anteil an Schritten, die keinen Einsatz an Mathematik verlangen, am geringsten. Sowohl in Sachsen-Anhalt als auch in Baden-Württemberg liegt der Anteil der *mathematischen Routinetätigkeiten*, die dem Anforderungsbereich I zuzuordnen sind, mit ca. 58% sehr hoch. Nordrhein-Westfalen zeigt im Vergleich der Länder mit Zentralabitur deutliche Unterschiede. Hier liegt der Anteil der *mathematischen Routinetätigkeiten* zugunsten des Anteils *nicht-mathematikgebundener Anforderungen* unter 50%. Der Anteil an *Mathematisierung von Sachverhalten* ist mit ca. 21% eher gering.

Ein Blick auf die prozentuale Verteilung der einzelnen mathematischen Bereiche innerhalb der Kategorien zeigt Unterschiede zwischen den Bundesländern (vgl. Tab. 4).

Land	Mathem. Berechnen	Phys. Berechnen	Mathem. Umformen	Phys. Umformen	Mathem. fkt. Zusammenhang	Phys. fkt. Zusammenhang	Modellieren
BW	52,5%	----	5,0%	----	3,4%	3,3%	17,2%
	57,5% *(Mathematische Routinetätigkeiten)*			* d = 0.23	23,9% *(Mathematisierung von Sachverhalten)*		
ST	54,5%	----	3,7%	----	7,9%	1,1%	18,7%
	58,2% *(Mathematische Routinetätigkeiten)*			* d = 0.29	* d = 0.22 27,7% *(Mathematisierung von Sachverhalten)*		
NW	36,5%	1,8%	8,3%	2,3%	5,1%	0,9%	14,7%
	48,9% *(Mathematische Routinetätigkeiten)*				20,7% *(Mathematisierung von Sachverhalten)*		
RP	47,1%	----	11,4%	----	1,9%	1,6%	17,5%
	58,5% *(Mathematische Routinetätigkeiten)*				21,0% *(Mathematisierung von Sachverhalten)*		

*Die Unterschiede sind auf dem Niveau 0.05 signifikant.

Tab. 4: Anteile der einzelnen mathematischen Bereiche in Leistungskursabiturklausuren innerhalb der Kategorien *mathematische Routinetätigkeiten* und *Mathematisierung von Sachverhalten*

Im Vergleich der Länder mit Zentralabitur zeigt Nordrhein-Westfalen nicht nur einen geringeren Anteil an *mathematischen Routinetätigkeiten*, sondern auch eine deutlich andere Verteilung der mathematischen Bereiche in dieser Kategorie. Auffallend ist, dass der Anteil an Berechnungen mit ca. 37% deutlich unter den Anteilen in den anderen Ländern liegt. Zusätzlich fordert Nordrhein-Westfalen explizit auch *physikalisch-mathematische Routinetätigkeiten* in den Bereichen *Berechnen* und *Umformen*, wie beispielsweise die Einheitenrechnungen. Der relativ hohe Anteil an *Mathematisierung von Sachverhalten* in Sachsen-Anhalt ist auf einen größeren Anteil des Bereichs *Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* zurückzuführen. Die Klausurstichprobe aus Rheinland-Pfalz zeigt signifikante Unterschiede im Bereich *mathematischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* zu Sachsen-Anhalt ($p < 0.05$, $d = 0.22$). Der relativ hohe Anteil des *mathematischen Umformens* (11,4%) ist zu Sachsen-Anhalt ($p < 0.05$, $d = 0.29$) und Baden-Württemberg ($p < 0.05$, $d = 0.23$) signifikant. Aus Tab. 4 ist ersichtlich, dass sich die meisten Schritte in Abiturleistungskursklausuren auf das *mathematische Berechnen* beziehen. In Baden-Württemberg und Sachsen-Anhalt liegt dieser Anteil über 50%.

Die Gesamtübersicht der analysierten Leistungskursabiturklausuren (Abb. 6) spiegelt die Verhältnisse der einzelnen Bereiche wider: Die Anteile an Modellierungsschritten sind durchweg geringer als die Anteile des Berechnens. Das Modellieren stellt aber den zweitgrößten Bereich dar. Diese Verhältnisse finden sich in jedem Land wieder (vgl. Tab. 4).

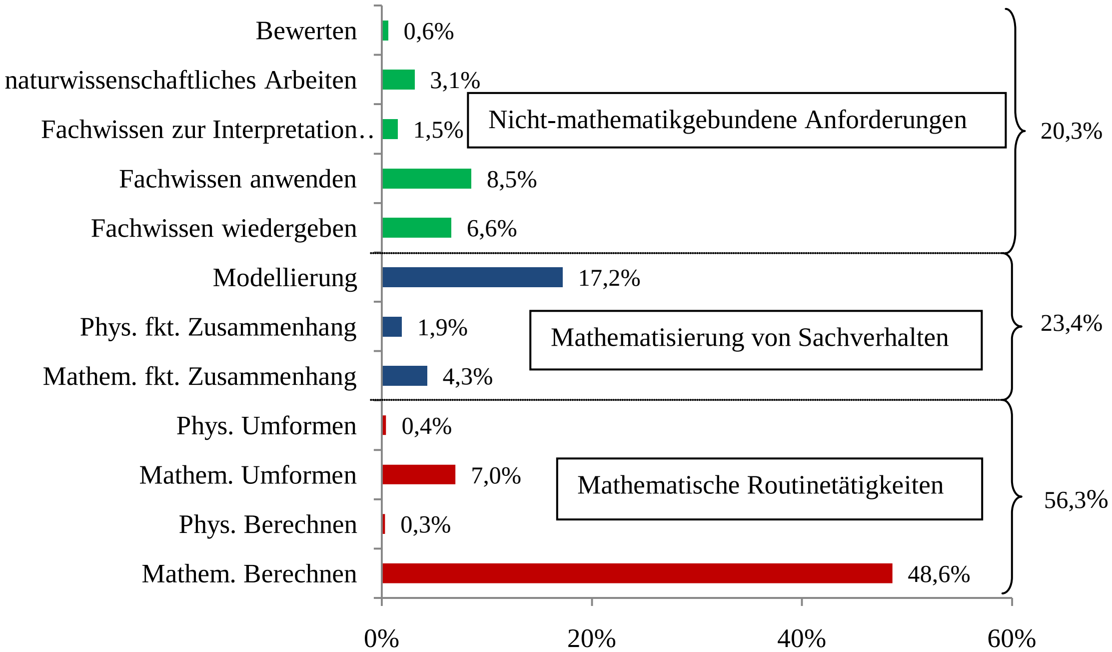


Abb. 6: Gesamtübersicht der Anteile der einzelnen Bereiche in Leistungskursabiturklausuren

6. Diskussion der Befunde

Die Studie liefert Hinweise auf die Anteile mathematikgebundener und nicht-mathematikgebundener Anforderungen in Leistungskursabiturklausuren. Dabei gibt sie einen ersten Einblick hinsichtlich des Stellenwerts von *mathematischen Routinetätigkeiten* und Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten*.

Bei der Interpretation der Ergebnisse ist zu berücksichtigen, dass die gewählte Methode der Schrittanalyse jeden Einzelschritt untersucht und zuordnet, jedoch keine direkte Aussage über den zeitlichen Aufwand und die kognitive Aktivität beim Ausführen der jeweiligen Operation macht. Mathematische Operationen aus der Kategorie *mathematische Routinetätigkeiten* benötigen möglicherweise einen geringeren Aufwand und geringere kognitive Aktivitäten als mathematische Operationen aus der Kategorie *Mathematisierung von Sachverhalten* und sollten deshalb auch jeweils mit anderem Gewicht in die Bewertung eingehen. Eine Berücksichtigung der Gewichtung einzelner Schritte anhand differenzierender Erwartungshorizonte, die Hinweise zur Bewertung einzelner Aufgabenschritte geben, könnte hierzu einen ersten Anhaltspunkt darstellen. Das der Untersuchung zugrunde liegende Klausurmaterial hat jedoch keine Hinweise hierfür gegeben. Lediglich die Erwartungshorizonte des Landes Nordrhein-Westfalen schreiben eine Bewertung mit Punkten vor, wobei den Lehrkräften bei der Verteilung der Punktzahl auf einzelne Schritte Spielraum gegeben wird. Hier zeigt sich die Tendenz, dass für Herleitungsaufgaben eine höhere Punktzahl vergeben werden kann als für Aufgaben, die lediglich auf das Berechnen von Zahlenwerten abzielen. Vor diesem Hintergrund kann davon ausgegangen werden, dass Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten* mehr Punkte erhalten und so dem höheren physikalischen Anspruch Rechnung getragen wird. Für weitere, auf diesen Aspekt zielende Forschungsarbeiten sollten Kooperationen mit den Aufgabenkommissionen der jeweiligen Bundesländer angestrebt werden. Bei der Interpretation der Ergebnisse sollte auch berücksichtigt werden, dass viele *mathematische Routinetätigkeiten* erst dann ausgeführt werden können, nachdem eine Mathematisierung stattgefunden hat: Ein Schüler, der Schwierigkeiten bei Modellierungsschritten hat, wird seine vorhandenen Routinen in den Bereichen *Berechnen* und *Umformen* nicht unter Beweis stellen können. Der Mathematisierung von Sachverhalten kann dadurch ein hoher Stellenwert für das Lösen einer Aufgabe zukommen. *Mathematische Routinetätigkeiten* folgen aber nicht ausschließlich auf vorherige Modellierungsschritte. So existieren auch Aufgaben, die lediglich *mathematische Routinetätigkeiten* wie das Berechnen eines Werts einfordern. Ebenso gibt es Modellierungsschritte, die nicht im Rahmen einer Modellierungsaufgabe vorgenommen werden, sondern im Zusammenhang mit dem *Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* stehen.

Unter Berücksichtigung der hier genannten Aspekte scheint der etwas gering wirkende Anteil an der *Mathematisierung von Sachverhalten* einen hohen Stellenwert einzunehmen. Es kann nicht pauschal gesagt werden, dass die Anforderungen an der *Mathematisierung von Sachverhalten* zu gering ist. Es muss aber festgehalten werden, dass die Abituraufgaben quantitativ gesehen weniger mathematische Operationen zur *Mathematisierung von Sachverhalten* verlangen als Operationen, die im Zusammenhang mit *mathematischen Routinetätigkeiten* stehen. Es stellt sich an dieser Stelle die Frage, welches Verhältnis von *mathematischen Routinetätigkeiten* zu Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten* ideal wäre. Ein Ansatz hierzu wäre eine Unterscheidung und Untersuchung nach *mathematischen Routinetätigkeiten*, die im Zuge eines Modellierungszyklus durchlaufen werden und solchen, die die alleinige Anforderung einer Aufgabe darstellen.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Ausgehend von dem in den EPA geforderten erhöhten Mathematisierungsgrad von Sachverhalten [1] wurden Bereiche gebildet, die mathematische und nicht-mathematische Operationen klassifizieren. Die Analyse von Abituraufgaben hat gezeigt, dass der Umgang mit und das Verständnis für Mathematik die Voraussetzung für das erfolgreiche Bestehen einer Abiturklausur in Physik darstellen: Ein Großteil der Lösungsschritte setzt mathematische Fähigkeiten voraus, nur bei ca. 20% aller Schritte ist der Einsatz mathematischer Fähigkeiten nicht erforderlich. Es ist festzuhalten, dass die Abituraufgaben weniger Operationen zur *Mathematisierung von Sachverhalten* verlangen (23,4%) als Operationen, die den *mathematischen Routinetätigkeiten* zuzuordnen sind (56,3%). Dabei muss aber auch berücksichtigt werden, dass nicht alle Operationen den gleichen zeitlichen und kognitiven Aufwand erfordern. Ebenso ist zu berücksichtigen, dass die Abiturklausuren der *Mathematisierung von Sachverhalten* latent einen hohen Stellenwert zuweisen, da viele mathematische Operationen aus dem Bereich der *mathematischen Routinetätigkeiten* erst dann durchgeführt werden können, wenn Operationen zur *Mathematisierung von Sachverhalten* durch den Prüfling vorgenommen worden sind. Eventuell könnte eine Anhebung des Anteils der *Mathematisierung von Sachverhalten* durch Stärkung des Bereichs *Umgang mit funktionalen Zusammenhängen* erreicht werden: Dieser Bereich ist mit ca. 6% bisher relativ gering vertreten. Eingebettet in einen entsprechenden Zusammenhang, kann dadurch auch der Bereich *Modellieren* eingefordert werden, ohne gleichzeitig den Anteil der *mathematischen Routinetätigkeiten* zu erhöhen. Grundsätzlich stellt sich aber die Frage, welches Verhältnis zwischen Tätigkeiten zur *Mathematisierung von Sachverhalten* und den *mathematischen Routinetätigkeiten* ideal ist. Auch vor dem Hintergrund, dass es wenig empirische Studien zur Rolle der Mathematik in der Physik gibt, zeigt sich hier ein Bedarf für weitere Forschungsarbeiten.

8. Literatur

[1] Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland [KMK] (2004). Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik. Neuwied: Luchterhand.

[2] Karam, R. & Pietrocola, M. (2010) Recognizing the Structural Role of Mathematics in Physical Thought. In M. F. Tasar & G. Çakmakci (Eds.). Contemporary science education research: International perspectives, S. 65-76. Ankara: Pegem Akademi.

[3] Pospiech, G. (2006). Argumentieren und Mathematisieren – im Gleichschritt? In D. Höttecke (Hrsg.), Naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Bern 2006, S. 418-420. Münster: Lit.

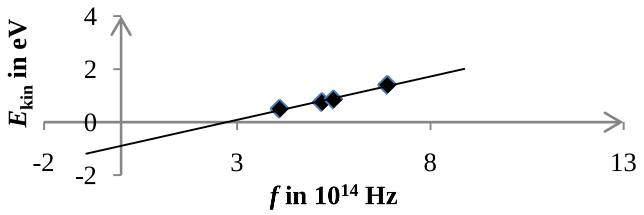
[4] Krey, O. & Mikelskis H. F. (2009). Zur Rolle der Mathematik in der Physik. In D. Höttecke (Hrsg.), Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Dresden 2009, S. 275-277. Münster: Lit.

[5] American Association for the Advancement of Science [AAAS] (2009). The Nature of Mathematics. New York: Oxford University Press.
[6] Pietrocola, M. (2008). Mathematics as structural language of physical thought. In: Connecting Research in Physics Education with Teacher Education (Volume 2). ICPE.
[7] Feynman, R. P. (1993). Vom Wesen physikalischer Gesetze, S. 60-76. München: Piper.
[8] Schecker, H., Fischer, H. E. & Wiesner, H. (2004*).* Physikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. In: H.-E. Tenorth (Hrsg.), Kerncurriculum Oberstufe II, S. 148-234. Weinheim: Beltz.
[9] Angell, C., Kind, P.M., Henriksen, E.K., & Guttersrud, Ø. (2008). An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics [Electronic version]. Physics Education, 43(3), S. 256-264.
[10] Prediger, S. (2010). Aber wie sag ich es mathematisch? – Empirische Befunde und Konsequenzen zum Lernen von Mathematik als Mittel zur Beschreibung von Welt. In D. Höttecke (Hrsg.), Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Dresden 2009 (S. 6-20). Münster: Lit.
[11] Greca I. & Moreira M. A. (2002). Mental, Physical, and mathematical Models in the Teaching and Learning of Physics. Science Education, 86, S. 106-121.
[12] Tuminaro, J. & Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games [Electronic version]. Physical Review Special Topics – Physics Education Research, 3(2).
[13] Krey, O. & Mikelskis H. F. (2010). The role of mathematics in physics – the students’ point of view. In G. Cakmakci & M. F. Ta•ar (Eds.), Contemporary science education research: learning and assessment. A collection of papers presented at ESERA 2009 Conference in Ankara, S. 67-72. Ankara: Pegem Akademi.
[14] Kühn, S. (2010). Steuerung und Innovation durch Abschlussprüfungen? Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.
[15] Blum, W. & Leiß D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der Tanken-Aufgabe. In: Mathematik lehren, 128, S. 18-21. Seelze: Friedrich.
[16] De Lozano S. R. & Cardenas M. (2002) Some learning problems concerning the use of symbolic language in physics. Science Education, 11, S. 589–599.
[17] Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (2000). TIMMS / III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe (Band 2). Opladen: Leske + Budrich.
[18] Erickson T. (2006). Stealing from physics: modeling with mathematical functions in data-rich-contexts. Teaching Mathematics and its Applications, 25, S. 23-32.
[19] Pospiech, G. (2008). Mathematical Constructs in the Physical Reality. In: Sriraman, Michelsen, Beckmann, Freiman (Eds.): Proceedings of the 2nd International Symposium on Mathematics and its Connections to Arts and Sciences (MACAS2). Centre for Science and Mathematics Education, University of Southern Denmark.
[20] Schecker, H. & Höttecke, D. (2007). "Bewertung" in den Bildungsstandards Physik. In: Naturwissenschaften im Unterricht – Physik 18 (97), S. 29-36.
[21] Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland [KMK]. (2005). Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss. Neuwied: Luchterhand.
[22] Greve, W. & Wentura, D. (1997). Wissenschaftliche Beobachtung: Eine Einführung. Weinheim: Beltz.

9. Anhang

Die folgende Tabelle und das dazugehörige Diagramm zeigen Untersuchungsergebnisse des Fotoeffekts. Bestimmen Sie die Grenzfrequenz und das Planck'sche Wirkungsquantum.

f in 10^{14} Hz	3,91	5,19	5,49	6,88
E_{kin} in eV	0,39	0,75	0,85	1,61



Lösung:

Das Untersuchungsergebnis lässt sich mit dem Zusammenhang $E_{kin} = E_{Licht} - W_A$ *beschreiben.*	Modellieren
Die Grenzfrequenz ist aus dem Diagramm ablesbar: $f_{gr} \approx 2{,}8 \cdot 10^{14}\,Hz$.	Physikalischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen
Das Planck'sche Wirkungsquantum entspricht der Steigung des Graphen.	Physikalischer Umgang mit funktionalen Zusammenhängen
Es berechnet sich nach: $\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta f} = \frac{(1{,}61\mathrm{V} - 0{,}39\mathrm{V}) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}}{6{,}88 \cdot 10^{14}\mathrm{Hz} - 3{,}91 \cdot 10^{14}\mathrm{Hz}} = 6{,}57 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js}$.	Physikalisches Berechnen Mathematisches Berechnen

Abb. 3: Mögliche Teilaufgabe einer Abiturklausur und ihre Analyse nach dem verwendeten Manual