

Mathematik im Lehramtsstudium Physik an der Universität Stuttgart

Philipp Scheiger*, Anna Donhauser⁺, Ronny Nawrodt*, Holger Cartarius*

*Physik und ihre Didaktik, Universität Stuttgart
⁺Didaktik der Physik, Universität Erlangen-Nürnberg
p.scheiger@physik.uni-stuttgart.de

Kurzfassung

Für die Beschreibung und Kommunikation physikalischer Phänomene sind mathematische Kompetenzen grundlegend und mathematisches Fachwissen ist für ein tiefes Verständnis physikalischer Probleme, wie sie an der Universität behandelt werden, entscheidend. An der Universität Stuttgart spielt häufig nur eine Einführungsvorlesung, die ausschließlich das mathematische Handwerkszeug der Physik sowie dessen Anwendungen ohne Vertiefung oder Herleitung vorstellt, eine zentrale Rolle in der mathematischen Ausbildung im Lehramtsstudium für das Gymnasiallehramt. Erste Befragungen von Studierenden, nach der Einführungsvorlesung, deuten an, dass sie den Zusammenhang zwischen den beiden Fachdisziplinen oft nicht herstellen. Außerdem scheinen sie dem mathematischen Formalismus der Theorievorlesungen in der Physik nur im geringen Umfang folgen zu können. Um diesem Umstand entgegen zu wirken, wurden Begleitprogramme zu existierenden Vorlesungen entwickelt. Diese Begleitprogramme nehmen Bezug zu der mathematischen Einführung im ersten Semester und den Theorievorlesungen im dritten und vierten Semester. Hier soll beschrieben werden, mit welchen Ansätzen das Gelingen soll. Regelmäßiges Feedback der Studierenden deutet an, dass die Angebote geschätzt werden und dem subjektiven Empfinden nach fachlich hilfreich sind. Dennoch nimmt die Teilnehmerzahl stark ab.

1. Mathematik und Physik

„Die Natur ist in der Sprache der Mathematik geschrieben.“ Galileo Galileis Aussage würden so vermutlich die meisten Physiker bestätigen. Und auch in der fachdidaktischen Forschung wurde das Zusammenspiel von Mathematik und Physik immer wieder untersucht. Eine gute Zusammenfassung stellt hier die Dissertation von Krey [1] dar: „Die Mathematik erfüllt gewisse Funktionen in der Physik, eine kognitive Entlastungsfunktion, eine Exaktheit fördernde Funktion, eine Kommunikationsfunktion und eine Objektivität fördernde Funktion.“ Mit zunehmender Komplexität und Abstraktheit physikalischer Inhalte nehmen diese mathematischen Funktionen eine immer wichtigere Rolle für das Verständnis der Physik ein, insbesondere eben dann, wenn anschauliche Vorstellungen nicht mehr ausreichend sind oder sogar in die Irre führen. Dies ist bei Stoffinhalten auf Universitätsniveau sehr häufig der Fall und wurde in der Delfi-Studie von Neumann et al. [2] bestätigt: Viele Lehrende sind der Auffassung, dass die an der Universität unterrichtete Physik nur verstanden werden kann, wenn zuvor die mathematischen Grundlagen erworben wurden, auf denen physikalische Theorien fußen.

Dem gegenüber steht, dass das komplette Ausmaß der Verknüpfung und der Abhängigkeit der Physik von

der Mathematik vielen Studierenden nicht bewusst wird [3]. So haben sie Probleme mit dem korrekten Umgang mit Formeln und können offensichtliche Fehler auch nicht identifizieren, siehe Strahl et al. [4].

Auch unter Dozierenden der Universität Stuttgart entstand der Eindruck, dass viele Studierende dem mathematischen Formalismus und somit dem physikalischen Inhalt vor allem in den Theorievorlesungen nicht folgen können und folglich kein Wissenszuwachs möglich sei.

Von diesen Ergebnissen ausgehend, erscheint es uns notwendig, dass gehandelt wird, um den Erfolg der universitären Lehre zu steigern. Dies möchten wir an der Universität Stuttgart im Rahmen von freiwilligen Zusatzangeboten tun, die im Folgenden beschreiben werden. Im ersten Semester ist dies eine Zusatzvorlesung für alle Studierenden, die Anwendungsbeispiele der Mathematik in verschiedenen Bereichen der Physik aufzeigt. Das Begleitangebot zur Theorievorlesung ist ein Seminar für Lehramtsstudierende, das Unterstützung bei auftauchenden Problemen bieten soll, die Studierende und Dozierende sehen. Ziel dieser Veranstaltungen ist es Interesse an Mathematik und Physik zu wecken, die Abhängigkeit der Physik von der Mathematik aufzuzeigen und den Studierenden Unterstützung zu bieten Wissenslücken parallel zu Vorlesungen aufzuarbeiten.

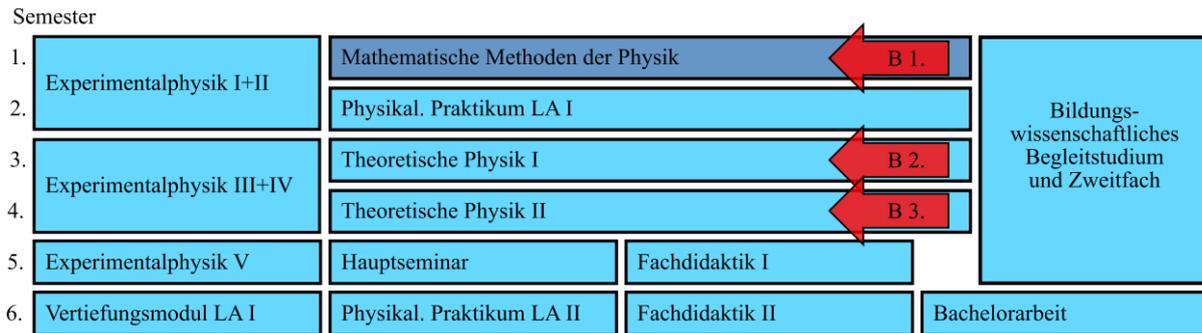


Abb.1: Modulplan des BA Lehramt an der Universität Stuttgart. Einzige Mathematikausbildung (dunkelblau) ist die Vorlesung Mathematische Methoden der Physik. Die Begleitangebote (rote Pfeile) richten sich an diese Vorlesung und an die Theoretische Physik. B 1.: Anwendungsbeispiele der Mathematik in der Physik. B 2.: Begleitseminar zu den Themenfeldern Klassische Mechanik, Quantenmechanik. B 3.: Begleitseminar zu den Themenfeldern Elektrodynamik und Thermodynamik/Statistische Physik.

2. Ausgangslage an der Universität Stuttgart

Neben diesen subjektiven Eindrücken der Dozierenden gibt es auch strukturell geprägte Schwächen in der mathematischen Bildung der Lehramtsstudierenden an der Universität Stuttgart. Im Modulplan für das Lehramt Physik ist lediglich die Erstsemestervorlesung „Mathematische Methoden der Physik“ (ab hier auch MMP) als mathematische Bildung vorgesehen. Diese Vorlesung wurde ursprünglich aber nicht dafür konzipiert. Eigentliches Ziel ist eine schnelle mathematische Bildung aller Physikstudierender auf Hochschulniveau, auf die in Physikvorlesungen zurückgegriffen werden kann. Diese mathematischen Inhalte werden im Fachstudium in Mathematikvorlesungen wiederholt und vertieft. Lehramtsstudierende mit Zweitfach Mathematik vertiefen und verfestigen ebenfalls in denselben Vorlesungen ihre Kenntnisse, die aber im Zweitfach verortet sind, weshalb der Fachbereich Physik die Kombination Mathematik/Physik empfiehlt. Das entspricht aber immer seltener den Wünschen der Studierenden. Und die Frage, die sich hier aufdrängt, ist, ob diese geringe mathematische Ausbildung genügt, um erfolgreich ein Physikstudium zu bestehen.

In ersten Gesprächen mit den Studierenden nach dem Besuch der MMP im Wintersemester 17/18 sollte überprüft werden, wie gefestigt das mathematische Wissen nach dem ersten Semester ist und ob die subjektiven Eindrücke der Dozierenden berechtigt sind. Die Gespräche deuten darauf hin, dass viele der komplexen Inhalte nicht tief durchdrungen werden. Ebenso scheinen die Studierenden die Abhängigkeit der Physik von der Mathematik nicht zu erkennen „...vielleicht weiß ich einfach nicht, wofür man das braucht [Anm. die Vektoranalysis]...“ und die Disziplinen nur getrennt gelernt werden „...also ich weiß wie man sie ausrechnet [Anm. die Eigenwerte und –vektoren beim Trägheitstensor], aber ich weiß nicht so genau die Bedeutung.“

Die Aussagen der Studierenden wurden als Beleg gesehen, dass Handlungsbedarf besteht. Eine Aufstockung der mathematischen Bildung im Fach Physik wäre allerdings nur bei gleichzeitiger Reduzierung physikalischer Inhalte möglich. Deshalb haben wir uns dazu entschieden, Unterstützungsprogramme auf freiwilliger Basis zu entwickeln. Dass Zusatzprogramme hilfreich sein können, bestätigten auch Aussagen von Studierenden in den Gesprächen über eine Fragestunde für Lehramtsstudierende, die im Wintersemester 17/18 neu eingerichtet wurde. Das Ziel dieser Fragestunde war, eine Anlaufstelle für die Studierenden, bei Problemen von fachlicher und organisatorischer Art zu sein: „Ohne die Fragestunde hätte ich schon längst aufgeben.“

Aus den Gesprächen mit den Studierenden lassen sich zwei Defizite ableiten, gegen die wir mit unseren Begleitprogrammen vorgehen möchten:

1. Der Zusammenhang von Mathematik und Physik wird oft nicht erkannt.
2. Das Mathematikwissen der Studierenden trägt kaum zum Verständnis der Physik bei.

3. Entwicklung der Begleitprogramme

Mit unseren Begleitprogrammen möchten wir diesen beiden Defiziten an zwei Stellen entgegenwirken. Im ersten Semester parallel zur Vorlesung MMP (Begleitprogramm 1 – B 1.) und in Semester 3 & 4, begleitend zu den Theorievorlesungen (B 2. & B 3. in Abbildung 1). Bis zum Stand der Frühjahrstagung wurden die Zusatzvorlesungen zur MMP im Wintersemester 17/18 gelesen und im Wintersemester 18/19 gelesen und beobachtet. Das Begleitseminar wurde im Wintersemester 18/19 parallel zur Quantenmechanik gestartet. Die Programme sollen im Rahmen einer didaktischen Rekonstruktion [5] über mehrere Jahrgänge entwickelt und verbessert werden. Wir orientieren uns dabei an einer leicht abgewandelten Variante der didaktischen Rekonstruktion nach Engelmann [6], angewandt auf eine andere Zielgruppe

(Studierende statt Schüler). Bei der inhaltlichen Ausarbeitung sind eine Elementarisierung der physikalischen Grundkonzepte entscheidend wie dies beispielsweise von Girwitz & Berger für Unterricht im Allgemeinen vorgeschlagen wird [7] und die Versprachlichung von Formeln [8].

3.1. Zusatzvorlesungen zu den MMP (B 1.)

Neben der regulären Vorlesung werden weitere Termine angeboten, in denen Anwendungsbeispiele der Mathematik in der Physik präsentiert werden, für die in der regulären Vorlesung keine Zeit ist. Ziel ist, die Physik hinter der Mathematik zu diskutieren und weiterführendes Interesse bei den Studierenden zu wecken sowie diese zum Nachdenken über das Wechselspiel Mathematik-Physik anzuregen. In den bisherigen Veranstaltungen legte der Dozent deshalb großen Wert auf eine möglichst rege Debatte. Der Fokus wurde immer wieder auf die Verknüpfung und die Abhängigkeit zwischen Mathematik und Physik gelegt. Insgesamt gab es im Wintersemester 18/19 sechs Zusatztermine zu je 90 Minuten zu folgenden Themen:

1. Konservative mechanische Systeme in einer Dimension (Differenzieren und Integrieren)
2. Zwei-Niveau-System – Spin des Elektrons (komplexe Zahlen)
3. Entwicklung des Skalenparameters in der Kosmologie (Differentialgleichungen)
4. Die stationäre Schrödingergleichung (Differentialgleichung als Eigenwertproblem)
5. Das $1/r$ -Potential der Gravitation (Linienintegrale)
6. Rotationsellipsoid als Permanentmagnet (krummlinige Koordinaten)

3.2. Begleitseminar zur Theoretischen Physik

Ziel des Begleitseminars ist es, einen Raum mit Lernatmosphäre zu entwickeln, in dem die Inhalte der Theorievorlesung nachgearbeitet werden können, um so die Verständnisprobleme aufzudecken und anschließend möglichst rasch aus dem Weg zu räumen. Es sollte auch auf die Vorlesung vorbereiten, indem die benötigten mathematischen Grundlagen wiederholt werden. Auf Wunsch der Studierenden soll an manchen Stellen ein Bezug der fachlichen Inhalte zur Schulphysik hergestellt werden.

Das Seminar startete in der Mitte des Wintersemesters 18/19 als die Vorlesung von der klassischen Mechanik in die Quantenmechanik wechselte. In diesem Semester fand das Seminar einmal in der Woche für 90 Minuten statt. Die wichtigsten Themengebiete aus diesem Semester werden im Folgenden kurz vorgestellt.

3.2.1. Mathekurs zur Wiederholung

Vor allem für die Studierenden ohne Mathematik als Zweitfach wurden zwei Termine zur Wiederholung der wichtigsten mathematischen Themen in der

Quantenmechanik durchgeführt. Die Termine wurden aber auch von Studierenden mit Mathematik als Zweitfach besucht. Der Fokus wurde auf folgende Themen gelegt:

- a. komplexe Zahlen
- b. Vektoren
- c. Matrizen
- d. Delta-Funktion
- e. Potenzreihen
- f. Differentialgleichungen

3.2.2. Fachliche Aufarbeitung

Zum einen wurde den Studierenden die Möglichkeit gegeben, Themen aus der Vorlesung zu nennen, bei denen sie Verständnisprobleme hatten und die im Seminar vertieft aufgearbeitet wurden. Hier wurden die Fouriertransformation und -reihen genannt sowie der Tunneleffekt.

Zum anderen sollten nach dem Seminar die Grundbegriffe der Quantenmechanik klar sein wie: Zustand, Wellenfunktion, Operatoren, Messungen, Physikalische Messgrößen und die statistische Interpretation. Deshalb wurde hierauf im Seminar besonders eingegangen und am Beispiel des Stern-Gerlach-Experiments detailliert diskutiert und erklärt.

3.2.3. Schulbezug

Für eine Lehrkraft ist es nach Schecker et al. [9] elementar, die möglichen Schülervorstellungen bei Lernenden zu kennen, um gegebenenfalls auf diese eingehen zu können. Die Schülervorstellungen der Quantenmechanik sind deshalb parallel zur Vorlesung angesprochen worden, damit die Studierenden selbst überprüfen konnten, ob sie bei sich selbst Schülervorstellungen finden. Inhaltlich wurde hierbei eng an Schecker et al. [9] gearbeitet und es wurden die Schülervorstellungen bei Determinismus und Wahrscheinlichkeitsdeutung, der Welle-Teilchen-Dualismus, der Potentialtopf, die Quantisierung der Energie und die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation angesprochen.

Eine Lehrkraft sollte in der Lage sein, sich selbständig in neue Themen einzuarbeiten. Im Seminar wurde dies am Beispiel der Verschränkung und dem „Knallertest“ – Messung ohne Interaktion geübt. Beide Themen waren nicht explizit Inhalt der Vorlesung, doch den Studierenden wurden zwei Ausschnitte aus einem Schulbuch [10] gegeben. Die Studierenden mussten sich die Inhalte selbst aneignen und anschließend gegenseitig erklären. Ziel war es, die Hemmung sich mit Unbekanntem zu beschäftigen zu senken und neue Inhalte zu vermitteln.

4. Beobachtung und Feedback

Um die Qualität der Zusatzangebote zu überprüfen und in Iterationsprozessen zu verbessern, wurden die Zusatzangebote beobachtet und Feedback der Studierenden gesammelt. Bei den Zusatzvorlesungen zu den

MMP (B 1.) wurden die Fragen der Studierenden sowie die Fragen des Dozenten und die Antworten der Studierenden darauf notiert. Im Begleitseminar (B 2.) wurde dokumentiert, bei welchen Themen die Studierenden Verständnisprobleme zeigten und auf welche Erklärungsansätze sie ansprechen. Eine vollständige qualitative Auswertung der Beobachtung und Kommentare steht noch aus, einige Aussagen können dennoch bereits getroffen werden.

4.1. Beobachtungen zu den Anwendungsbeispielen (B 1.)

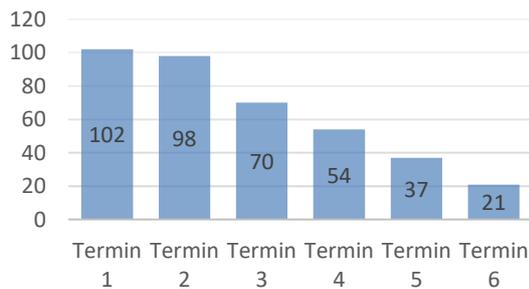


Abb.2: Anzahl der Studierenden, die die freiwilligen Zusatzvorlesungen besucht haben.

Auffälligste Beobachtung ist die deutlich abnehmende Teilnehmerzahl in den freiwilligen Vorlesungen. Der Jahrgang 18/19 startete mit 174 Teilnehmern der Vorlesung „Mathematische Methoden der Physik“ (B.Sc. Physik und Lehramt Physik). Den ersten Zusatztermin besuchten 102 Studierende. Ab dem dritten Termin nahm die Teilnehmerzahl stark ab (siehe Abbildung 2). Zur Klausur zugelassen waren 113 Studierende. Der Rückgang in den Zusatzterminen ist folglich größer und nicht durch den Schwund im Jahrgang zu erklären. Als freiwilliges Angebot konkurrieren diese Vorlesungen jedoch mit Pflichtveranstaltungen wie Scheinklausuren, die insbesondere gegen Ende des Semesters von den Studierenden hohen zeitlichen Einsatz fordern.

Die Fragen der Studierenden lassen sich nach einer ersten Überprüfung in folgende Kategorien einordnen:

- Rechentechniken
- Hinweise auf Fehler
- Weiterführendes Interesse
- Schnittstelle Mathematik/Physik

Auffällig ist, dass sich die Studierenden in den ersten Terminen noch kaum Fragen aus den Kategorien c. und d. gestellt wurden, was sich mit der Zeit aber änderte. Die Antworten der Studierenden auf Fragen des Dozenten müssen noch untersucht werden.

4.2. Beobachtungen und Feedback zum Begleitseminar Quantenmechanik

Vor der Mathematikwiederholung des Seminars wurde den Studierenden ein kleiner Test zur Bearbeitung vorgelegt. In fünf Aufgaben sollten die Kenntnisse der Studierenden geprüft werden, die nach

Korsch [11] benötigt werden, um sich auf einem mathematisch angemessenen Niveau mit der Quantenmechanik auseinandersetzen zu können. Dieser Test ist ebenfalls bei Korsch [11] zu finden. Es handelt sich dabei um einfachste Aufgaben bei komplexen Zahlen, der Vektorrechnung, der Matrixmultiplikation, der Delta-Funktion und Differentialgleichungen. Ein Beispiel aus der Vektorrechnung:

„Ein Vektor $\mathbf{a} = (1,1,2)$ ist gegeben. Konstruieren Sie Vektoren \mathbf{b} und \mathbf{c} , die orthogonal zu \mathbf{a} und zueinander sind.“ [11]

Zur Bearbeitung hatten die Studierenden 15 Minuten Zeit. Die Ergebnisse sind ernüchternd. Es nahmen 9 Studierende teil. Bei keiner Aufgabe wurden im Kursschnitt mehr als 50% der möglichen Punkte erreicht, wenn nach den Regeln einer schriftlichen Klausur korrigiert würde. Eine Person gab keine Lösung ab, da nichts bearbeitet wurde. Die Ergebnisse von allen Aufgaben sind in Abbildung 3 dargestellt.

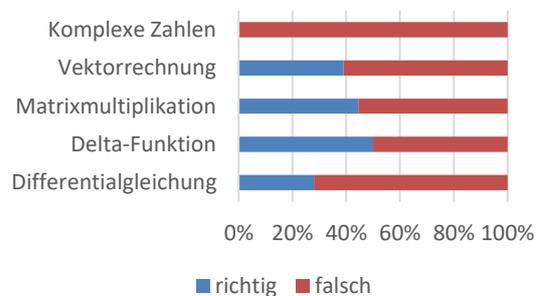


Abb.3: Durchschnittlich erreichter Prozentsatz der möglichen Punktzahl pro Aufgabe.

Die Studierenden waren unvorbereitet und die Bearbeitungszeit war knapp bemessen. Hier sollte jedoch getestet werden, wieviel mathematisches Wissen den Studierenden zur Verfügung steht, wenn sie ohne besondere Vorbereitung eine Vorlesung besuchen.

Bei der Wiederholung der Inhalte musste viel Zeit für die Klärung grundlegender Dinge wie das Skalarprodukt aufgewandt werden, da hier das Schulwissen äußerst vorherrschend war. Zum Beispiel schien das Konzept einer Dimension auf die Raumrichtungen beschränkt zu sein.

Ähnlich sah es auch bei anderen Themenfeldern aus. Obwohl die Inhalte in teils mehreren Vorlesungen behandelt wurden, waren vielen Studierenden die Grundkonzepte des Tunneleffekts und der Fouriertransformation nicht geläufig. Genauso verhielt es sich bei den Grundbegriffen der Quantenmechanik (Zustand, Messung, Wellenfunktion usw.). Nach einer Unterrichtseinheit im Seminar wurden diese in der Beispielrechnung des Stern-Gerlach-Experiments nur mühsam und nach viel Hilfestellung von den Studierenden identifiziert oder konnten mit dem BraKet-Formalismus in Verbindung gesetzt werden.

Laut eigener Aussage der Studierenden sind bei diesen auch nach dem Besuch der Vorlesung noch viele

Schülervorstellungen im Bereich der Quantenmechanik zu finden: „*Schülervorstellungen durchzusprechen war gut, da einige bei mir selbst noch vorherrschen und ich mir darüber bewusst bin, dass es Fehlvorstellungen sind.*“

Die direkte Ansprache der Fehlvorstellung kam gut bei den Studierenden an, da sie das Gefühl hatten, fachlich dazugelernt zu haben. Auch diese Aussagen bestätigten den Eindruck, dass die Studierenden den in der Vorlesung eingeführten Formalismus nur in geringem Maße mit der Physik in Verbindung setzten.

Bei der Behandlung von Verschränkung und dem „Knallertest“ zeigte sich, dass immer noch Präkonzepte eine Rolle spielen. Den Schulbezug und die inhaltliche Auseinandersetzung mit der Quantenmechanik in noch unbekanntem Themenfeldern empfanden die Studierenden als positiv.

Ein generelles Problem kann dabei sein, dass im Gymnasiallehramt in Baden-Württemberg zwei Fächer studiert werden und die Interessen der Studierenden nicht in der Physik liegen: „*Ich denke, mir fällt das Verstehen schwer, weil mich das Thema nicht so interessiert.*“

Auch entsteht im Seminar der Eindruck, dass die Studierenden sich kaum trauen, Fehler zu zeigen oder Fragen zu stellen. Das findet man insbesondere auch dann, wenn das Seminar von einer Person geführt wird, die keine Prüfungsberechtigung hat oder mit dem Prüfer in Verbindung steht.

4.3. Zusammenfassung des Inhalts

Wir haben in dieser Arbeit Begleitangebote zur mathematischen Bildung von Physik-Lehramtsstudierenden vorgestellt. Diese Angebote sollen einerseits auf die Verknüpfung von Mathematik und Physik aufmerksam machen und andererseits Defizite in der mathematischen Bildung abbauen. Insgesamt scheinen sich in den Begleitprogrammen die Eindrücke der Stuttgarter Dozierenden zu bestätigen:

Ohne weitere Wiederholung haben die Studierenden nur ein geringes mathematisches Wissen spontan abrufbereit, was der kleine Test zur Mathematik in der Quantenmechanik und viele Gespräche mit Studierenden belegen. Vermutlich werden auch auf Grund dieser Tatsache viele Inhalte aus der Vorlesung der Theoretischen Physik von Studierenden nicht mitgenommen. Prinzipiell sind die Studierenden dankbar für ein erweitertes Zusatzangebot und signalisieren einen Nutzen an der Teilnahme der Angebote. Dennoch nimmt diese im Lauf des Semesters ab. Dies gilt allerdings für Studierende mit dem Zweitfach Mathematik und ohne gleichermaßen.

5. Ausblick

Das Begleitseminar wird im Sommersemester parallel zur Theorievorlesung Elektrodynamik/Statistische Physik weitergeführt. Mit weiteren Gesprächen mit den teilnehmenden Studierenden sollen die Angebote

weiter verbessert und fachlich breiter aufgestellt werden. Eine Untersuchung, welche Motivation der Studierenden haben solche Angebote wahrzunehmen, erscheint notwendig, damit das Programm daran angepasst werden kann, um den Teilnehmerschwund zu reduzieren.

6. Literatur

- [1] KREY, Olaf: Zur Rolle der Mathematik in der Physik: Wissenschaftstheoretische Aspekte und Vorstellungen Physiklernender. Zugl.: Diss. Berlin: Logos-Verl., 2012 (Studien zum Physik- und Chemielernen 130), S. 17-73
- [2] NEUMANN, Irene; PIGGE, Christoph; HEINZE, Aiso: Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium? Kiel, 2017
- [3] KREY, Olaf: Zur Rolle der Mathematik in der Physik: Wissenschaftstheoretische Aspekte und Vorstellungen Physiklernender. Zugl.: Diss. Berlin: Logos-Verl., 2012 (Studien zum Physik- und Chemielernen 130), S. 247-257
- [4] STRAHL, Alexander; HEMME, Dirk; HERBST, Markus; MÜLLER, Rainer: Wie Studierende Formeln gliedern? In: PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung 2015 (2015), S.1-6, URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/618> (Stand 05/2019)
- [5] KATTMANN, Ulrich; DUIT, Reinders: Das Modell der didaktischen Rekonstruktion. In: Zur Didaktik der Physik und Chemie Tagung 1996 (1997), S. 122–124
- [6] ENGELMANN, Philipp: Fächerübergreifende Naturwissenschaften in der Lehrerbildung, Jena, Friedrich-Schiller-Universität, Dissertation (in Bearbeitung), 2019
- [7] WIESNER, Hartmut (Hrsg.); SCHECKER, Horst (Hrsg.); HOPF, Martin (Hrsg.): Physikdidaktik kompakt. 3. Auflage. Seelze: Aulis Verlag, 2017, S. 72-77
- [8] JANßEN, Wiebke; POSPIECH, Gesche: Versprachlichung von Formeln - Die Bedeutung von Formeln und ihre Vermittlung. In: PhyDid B, Didaktik der Physik, Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung 2015 (2015), S. 1-6, URL: <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/608> (Stand 05/2019)
- [9] SCHECKER, Horst (Hrsg.); WILHELM, Thomas (Hrsg.); HOPF, Martin (Hrsg.); DUIT, Reinders (Hrsg.): Schülervorstellungen und Physikunterricht: Ein Lehrbuch für Studium, Referendariat und Unterrichtspraxis. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018, S 209-221
- [10] BADER, Franz (Hrsg.): Dorn Bader: Physik Gymnasium (G8) 11/12. Braunschweig: Schroedel, 2013, S 276, S 308-309
- [11] KORSCH, Hans-Jürgen: Mathematik der Quantenmechanik: Grundlagen, Beispiele, Aufgaben,

Lösungen. 1. Aufl. Barsinghausen: Binomi-
Verl., 2013, S. 15-28