

Tröpfchenballett auf heißem Tee

Wilfried Suhr

Universität Münster, Institut für Didaktik der Physik,
Wilhelm-Klemm-Straße 10, 48149 Münster
wilfried.suhr@uni-muenster.de

Kurzfassung

Über der Oberfläche heißer Getränke lässt sich im Gegenlicht eine hauchfeine, oft zellenartig strukturierte Schicht ausmachen, die zuweilen farbig schillert. Die Vergrößerung einer Lupe reicht aus, um zu erkennen, dass es sich dabei um eine Ansammlung vieler Mikrotröpfchen handelt, die dicht über der Flüssigkeitsoberfläche schweben. Bei höherer Vergrößerung erkennt man dort sogar Bereiche mit hexagonal angeordneten Tröpfchen. Erläutert werden mit schulischen Mitteln realisierbare Versuche, die Aufschlüsse über die Abmessungen der Tröpfchen, die Bedingungen für ihren Schwebezustand und die zur Musterbildung beitragenden Wechselwirkungen geben.

1. Tröpfchenschicht als Alltagsphänomen

Als Indiz für die Temperatur heißer Getränke dienen uns gelegentlich die davon aufsteigenden Dampfschwaden, bei denen es sich um übersättigte Luft, also ein Gemisch aus trockener Luft, Wasserdampf und winzigen Wassertröpfchen handelt. Dass sich zugleich mit den Dampfschwaden, dicht über der heißen Flüssigkeitsoberfläche, oft auch eine hauchfeine Schicht ausgebildet (vgl. Abb. 1), die ebenfalls aus winzigen Wassertröpfchen besteht (vgl. Abb. 2), bleibt dagegen meist verborgen. Dies liegt zumeist an ungünstigen Lichtverhältnissen, wegen denen das von den Tröpfchen gestreute Licht nicht zum Beobachter gelangt. Weil auf die Tröpfchen fallendes Licht hauptsächlich vorwärts gestreut wird, wird



Abb.1: Auf der Oberfläche des heißen Wassers zeigt sich hier eine farbig schillernde, dünne Schicht, mit wirbelartigen Strukturen.

für ihre Sichtbarmachung ein Lichtbündel benötigt, das aus großem Einfallswinkel auf die Flüssigkeitsoberfläche trifft. Dadurch wird ihr Streulicht in der Umgebung des Reflexes der Lichtquelle wahrnehmbar. Im nahen Umkreis des Reflexes schillert die Schicht zumeist in vielfältigen Farben (wobei dieser Aspekt bereits in [1] erörtert wurde).



Abb.2: Bereits mit einer starken Lupe wird erkennbar, dass die auf der heißen Wasseroberfläche befindliche Schicht aus lauter winzigen Wassertröpfchen besteht.

Wissenschaftliche Publikationen über das Zustandekommen und die Eigenschaften der Tröpfchenschicht sind sehr rar. Aus dem Jahr 1971 stammt ein populärwissenschaftlicher Artikel von Vincent J. Schaefer [2], der sich von einem meteorologischen Standpunkt aus mit ihr befasst hatte. Nach seiner Vorstellung besteht die Schicht aus einer Vielzahl winziger Wassertröpfchen, die durch einen aus der Flüssigkeit aufsteigenden Dampfstrom in geringem Abstand über der Wasseroberfläche in der Schwebe hält. Auch vermutete er, dass die Tröpfchen untereinander etwa den gleichen Durchmesser hätten, weil zu große Tröpfchen wieder in die Flüssigkeit zurückfallen und zu kleine vom Dampfstrom als Nebeltröpfchen mitgerissen würden.

Über solche qualitativen Überlegungen hinaus sind aus neuerer Zeit einige Veröffentlichungen zweier russischer Arbeitsgruppen zu finden, in denen sie Ergebnisse ihrer unterschiedlichen experimentellen Untersuchungen der Tröpfchenschicht erörtern (vgl. [3], [4]).

2. Abmessungen

Ob die von Vincent J. Schaefer geäußerte Vorstellung plausibel ist, dass der von der heißen Flüssig-

keit aufsteigende Dampfstrom die Tröpfchen in der Schwebelage hält, lässt sich bereits mit schulischen Mitteln quantitativ überprüfen, sofern ein Laserpointer verfügbar ist.

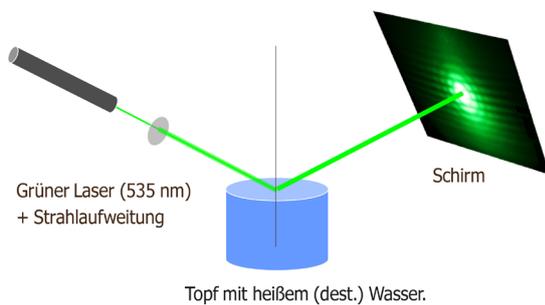


Abb.3: Skizzierter Messaufbau zur Bestimmung der Schwebehöhe und des Durchmessers der Tröpfchen.

Die für das Messverfahren grundlegende Versuchsidee wurde bereits in [1] näher ausgeführt und soll daher hier nur kurz umrissen werden. Es besteht darin, die auf einer heißen Wasseroberfläche befindliche Tröpfchenschicht mit einem schräg darauf einfallenden Laserstrahl zu beleuchten und das in Reflexionsrichtung gestreute Interferenzmuster auf einem Schirm aufzufangen, um es auswerten zu können (vgl. Abb. 3).

Das von einem einzelnen Tröpfchen stammende Interferenzmuster entspricht den Ringen einer Korona. Da der Laserstrahl aufgrund seiner Ausdehnung aber hunderte von Tröpfchen beleuchtet, werden ebenso viele Ringsysteme auf den Schirm projiziert, die bis zur Breite des Strahlquerschnitts zueinander verschoben sein können. Je nach Strahldurchmesser überlagern sie sich aber bei angemessenem Schirmabstand zu einem gut erkennbaren Ringsystem (vgl. Abb. 4). Mitentscheidend für die gute Erkennbarkeit ist außerdem, dass die Durchmesser der beteiligten Tröpfchen etwa gleich groß sind; denn die Winkelabstände der Beugungsringe hängen vom Durchmesser der Tröpfchen ab. Das Interferenzbild würde daher umso verwackelter werden, je stärker die Durchmesser voneinander abweichen.

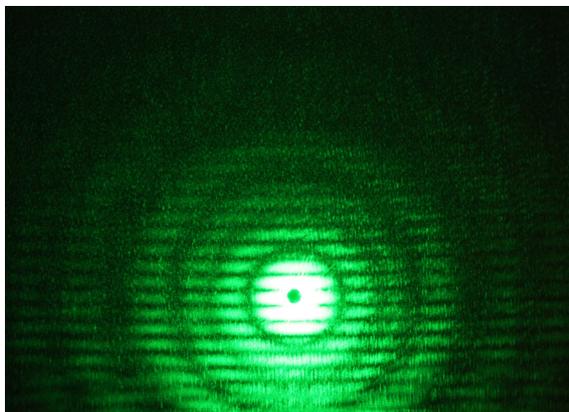


Abb.4: Von einer Tröpfchenschicht stammendes Interferenzmuster. Die Ringe der Korona sind von horizontalen Quételet-Streifen durchsetzt.

Zur Auswertung der Beugungsringe bedient man sich der Näherung, dass zwischen dem Beugungsbild eines Tröpfchens und dem eines runden Scheibchens gleichen Durchmessers hinreichende Übereinstimmungen bestehen. Gemäß dem Prinzip von Babinet gilt dies auch für das Beugungsbild einer runden Lochblende mit gleichem Lochdurchmesser. Anhand der dafür bekannten Bestimmungsgleichung für die Winkelabstände der Beugungsringe lässt sich somit eine Abschätzung der Tröpfchendurchmesser vornehmen.

Außer dem Tröpfchendurchmesser enthält das Interferenzmuster noch Informationen darüber, ob und wie hoch die Tröpfchen über der Wasseroberfläche schweben. Diese Information verdankt sich dem Sachverhalt, dass Licht über zwei unterschiedliche Wege zum Tröpfchen gelangt. Trifft es direkt auf das Tröpfchen, so wird das entstehende Streulicht anschließend an der Wasseroberfläche zum Schirm hin reflektiert. Der zweite Weg besteht darin, dass direkt von der Wasseroberfläche reflektiertes Licht anschließend auf das Tröpfchen trifft, so dass das dadurch entstehende Streulicht ebenfalls auf den Schirm fällt. Indem beide Streulichtanteile miteinander interferieren, ergeben sich horizontal verlaufende Interferenzstreifen (Quételet-Streifen), die das Ringsystem der Korona durchsetzen (vgl. Abb. 4). Dass eine Doppellochblende ein nahezu äquivalentes Interferenzmuster hervorruft, kann man sich durch Einbezug der sogenannten „Spiegelwelt“ klar machen. Betrachtet man die Flüssigkeitsoberfläche als teildurchlässigen Spiegel, so trifft das Licht der darin gespiegelten Lichtquelle einerseits auf ein oberhalb der Flüssigkeit befindliches Tröpfchen und andererseits auf dessen gespiegeltes Gegenüber. Eine Herleitung des funktionalen Zusammenhangs zwischen dem Abstand der Doppeltröpfchen (der ja der doppelten Schwebehöhe der Tröpfchen entspricht) und dem Winkelabstand der von ihnen hervorgerufenen Interferenzstreifen, findet sich in [1].

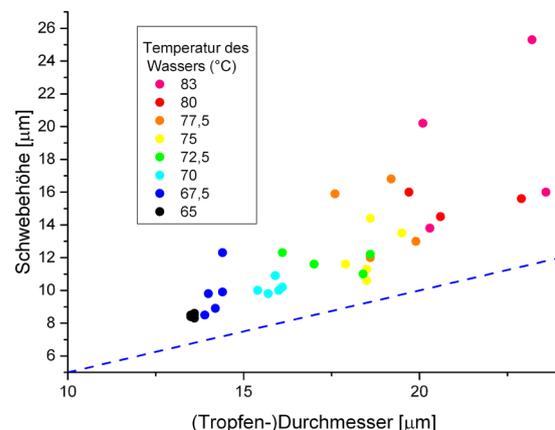


Abb.5: Charakteristische Abmessungen einer über heißem Wasser schwebenden Tröpfchenschicht. Die mittlere Schwebehöhe und der mittlere Durchmesser einer optisch erfassten Tröpfchengruppe wurden bei unterschiedlichen Temperaturen durch wiederholte Messungen bestimmt.

Zu welchen Einsichten das beschriebene Messverfahren verhilft, zeigt Abbildung 5. Angewandt wurde es auf eine Tröpfchenschicht, die sich über erhitztem destilliertem Wasser gebildet hatte. Sobald das Wasser durch Abkühlung bestimmte Temperaturen erreicht hatte, wurde das jeweils projizierte Interferenzmuster in schneller Abfolge mehrfach fotografiert. Dadurch wurde den insbesondere bei hohen Temperaturen auffälligen Fluktuationen des Interferenzmusters Rechnung getragen. Dementsprechend zeigt sich in dem Diagramm, dass die Messwerte für die Schwebehöhe und den zugehörigen Tröpfchendurchmesser umso stärker streuen, je höher die Temperatur des Wassers war. Diese Streuung kam zustande, obwohl der zur Messung eingesetzte Laserstrahl mehrere hundert Tröpfchen erfasste, was zu einer Mittelung der Interferenzbilder führte. Dies zeigt, dass sich die lokale Zusammensetzung der Schicht, aus unterschiedlich großen Tröpfchen, umso stärker zeitlich ändert, je höher die Wassertemperatur ist.

Abgesehen von dieser temperaturabhängigen Streuung lässt sich erkennen, dass sich die mittlere Schwebehöhe und der mittlere Tröpfchendurchmesser mit ansteigender Wassertemperatur vergrößern. Gemessen an ihrem Durchmesser, der zwischen $10\mu\text{m}$ und $30\mu\text{m}$ liegt, sind die Tröpfchen der Schicht mit Nebeltröpfchen vergleichbar. Die im Diagramm eingezeichnete durchbrochene Linie markiert die zu einem Durchmesser gehörige Schwebehöhe, bei der ein Tröpfchen die Flüssigkeitsoberfläche gerade berühren würde ($h = d/2$). Da sich alle Messpunkte oberhalb dieser Linie befinden, kann man daraus schließen, dass sich alle Tröpfchen in einem Schwebestand oberhalb der Wasseroberfläche befunden haben.

3. Wechselwirkungen in vertikaler Richtung

Was die Tröpfchenschicht in geringem Abstand über der Wasseroberfläche in der Schwebe hält, ist vermutlich der vom Wasser aufsteigende Dampfstrom. Um ruhig schweben zu können, müsste somit an jedem Tröpfchen ein Kräftegleichgewicht zwischen seiner Gewichtskraft F_G und seinem Strömungswiderstand F_R bestehen. Die Strömungsverhältnisse wären dann ähnlich wie bei den etwa gleich großen Nebeltröpfchen, die gleichförmig in der Luft herabsinken. Von diesen nimmt man Aufgrund ihrer geringen Sinkgeschwindigkeit an, dass sie laminar umströmt werden, so dass dabei ausschließlich viskose Reibung auftritt. Ihr Strömungswiderstand ergibt sich demgemäß aus dem Stokes'schen Gesetz zu $F_R = 3\pi\eta v d$. Dabei ist η die dynamische Viskosität der Luft, d der Durchmesser des Tröpfchens und v seine Sinkgeschwindigkeit.

Damit ein Dampfstrom in der Lage ist, ein Tröpfchen vom Gewicht $F_G = \pi\rho g d^3 / 6$ in der Schwebe zu halten, muss demnach seine Geschwindigkeit

$v = \rho g d^2 / (18\eta)$ betragen. Da ρ , g und η Konstanten sind, hängt die erforderliche Geschwindigkeit allein vom Tröpfchendurchmesser ab. Diese Abhängigkeit ist in Abbildung 6 dargestellt, wobei in die Berechnung ein für feuchte Luft auffindbarer Tabellenwert von $\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{Pa s}$ einging.

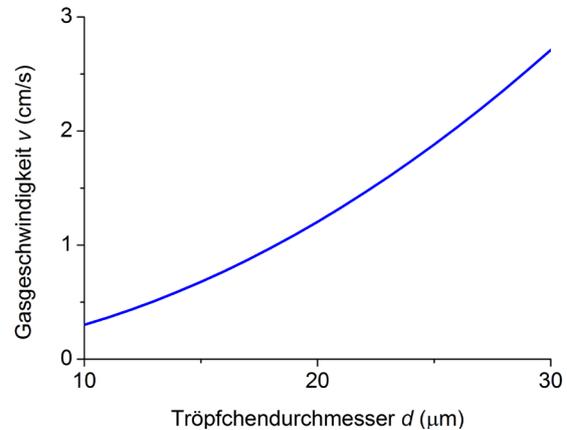


Abb.6: Für Tröpfchen unterschiedlichen Durchmessers berechnete Geschwindigkeit eines Dampfstroms, bei der sie darin schweben können.

Wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, besteht eine Tröpfchenschicht aus Tropfen unterschiedlichen Durchmessers. Um sie über längere Zeit in der Schwebe zu halten, wäre nach obigen Überlegungen eine für jeden Tropfen individuell angepasste Geschwindigkeit des von der Wasseroberfläche aufsteigenden Dampfstroms nötig. Stattdessen ist die Geschwindigkeitsverteilung des Dampfstroms aber gleichmäßiger, so dass man eher darauf schließen muss, dass es sich bei jedem Tröpfchen ähnlich wie bei einem Ball verhält, der in einem divergenten Luftstrom eines Föns schwebt. Denn dort regelt sich die Schwebehöhe von selbst ein, weil sich die Umströmungsgeschwindigkeit erhöht, sobald der Ball tiefer sinkt und sich umgekehrt verringert, wenn er höher steigt.

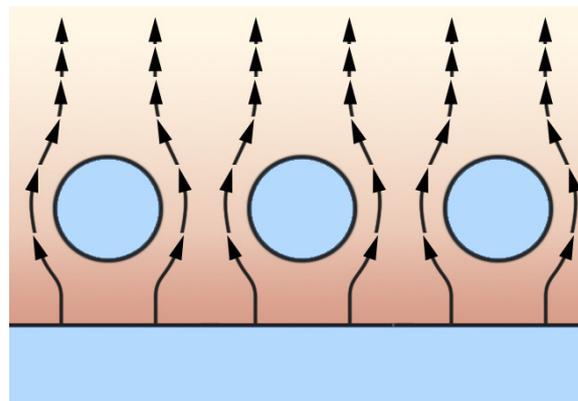


Abb.7: Insofern der aufsteigende Dampf teilweise an den Tröpfchen kondensiert, verringert sich dadurch seine Aufstiegs geschwindigkeit.

Demnach wäre es erforderlich, dass die Strömungsgeschwindigkeit des vertikal aufsteigenden Dampfstroms mit größer werdender Höhe abnimmt. Da

eine divergente Strömung unmittelbar über der ausgedehnten Wasseroberfläche aber kaum vorstellbar ist, kommt ein anderer Vorgang als Ursache in Frage. Wegen des allmählichen Temperaturabfalls in der Grenzschicht zwischen flüssiger und gasförmiger Phase ist es nämlich denkbar, dass der Dampf an den Tröpfchen teilweise kondensiert, was eine Verringerung seiner Geschwindigkeit zur Folge hätte (vgl. Abb. 7). Dass die Kondensation tatsächlich stattfindet, lässt sich unter dem Mikroskop am Wachstum der Tröpfchen beobachten.

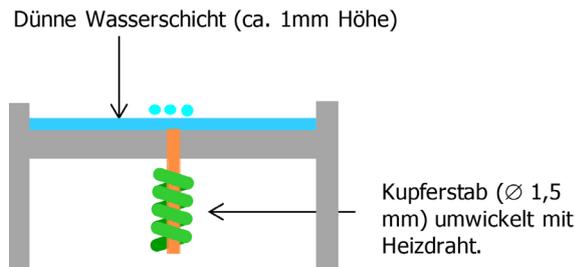


Abb.8: Anordnung zur lokal begrenzten Beheizung einer dünnen Wasserschicht.

Die Beobachtung mit dem Mikroskop erfordert allerdings einen speziellen Versuchsaufbau, mit dem sich eine dünne Wasserschicht lokal eng begrenzt beheizen lässt (vgl. Abb. 8). Bedingt durch die dünne Wasserschicht und die vergleichsweise geringe Wärmezufuhr stellen sich hier nun nahezu stationäre Strömungsverhältnissen ein, bei denen die Dampfbildung so gering ist, dass davon das Objektiv nicht beschlägt. Um dies ganz auszuschließen, sollte der Arbeitsabstand dennoch mindestens so groß sein, wie bei einem Stereo-Mikroskop mit einer Vergrößerung unterhalb von 20fach.

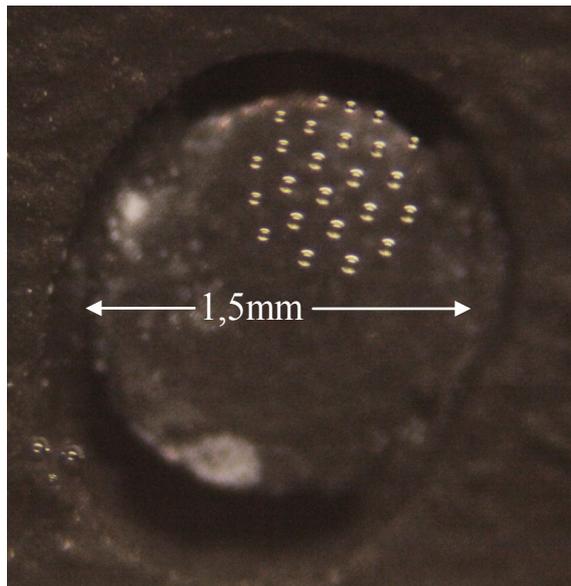


Abb.9: Regelmäßig angeordnete, schwebende Tröpfchen bilden hier oberhalb des Heizstiftes eine Schicht mit winzigen Abmessungen.

Wie Abbildung 9 zeigt, formieren sich bei diesem Aufbau schwebende Tröpfchenschichten, die nur aus wenigen Tröpfchen bestehen. Da sich diese zu regelmäßigen Formationen anordnen, bei denen zuweilen Stellungswechsel stattfinden, erinnert ihr Verhalten an ein Ballett, was diesem Artikel seinen Titel verlieh.

4. Horizontal gerichtete Wechselwirkungen

Angesichts der in Abbildung 9 gezeigten Anordnung von Tröpfchen stellt sich einerseits die Frage, was sie als Gruppe zusammenhält und was sie andererseits untereinander auf Abstand hält. Ausgehend von der Maxime, Modellvorstellungen so einfach wie möglich zu halten, wurde nach plausiblen Antworten gesucht, die allein auf der Betrachtung der Strömungsverhältnisse beruhen.



Abb.10: Auftriebsstrahl über einer lokal beheizten Wasserschicht.

Sowohl eine Tasse heißen Tees, als auch die in der Versuchsanordnung nur lokal beheizte Wasserschicht, verlieren durch natürliche Konvektion Wärme. Dabei steigen über der Wasseroberfläche Dampfschwaden in Form eines Auftriebsstrahls auf

(vgl. Abb. 10). Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass dieser Auftriebsstrahl der Entstehungsort der Tröpfchen ist, die entweder nach oben fortgerissen werden oder sich als Schicht über der Wasseroberfläche formieren können. Dieser Auftriebsstrahl wird über einen Zustrom an kalter Luft versorgt, der horizontal über das heiße Wasser streicht und sich dabei erwärmt. Das Zumischen der kalten Luft zu dem aufsteigenden Wasserdampf führt zu einer Übersättigung, so dass der Wasserdampf zum Teil zu feinen Tröpfchen kondensiert. (Dies geschieht ähnlich, wie die Bildung von Kondensstreifen hinter einem Düsenjet). Da die kalte Luft von allen Seiten auf die heißeste Region der Wasseroberfläche in horizontaler Richtung zu strömt, bildet sich beim Zusammentreffen ein über der Wasseroberfläche gelegener Staupunkt, an dem die Luft zum Stillstand kommt. Außerdem ist die Horizontalgeschwindigkeit der zuströmenden Kaltluft vom Abstand über der Wasseroberfläche abhängig. Aufgrund von Reibung sinkt sie nämlich in der kaum mehr als zwei Millimeter dicken Grenzschicht zur Wasseroberfläche hin rapide ab, bis sie im Kontakt mit der Oberfläche deren Geschwindigkeit angenommen hat. Tröpfchen, die durch Turbulenzen in die Nähe dieser Grenzschicht geraten, bleiben aufgrund der sehr kleinen Reynoldszahlen darin „stecken“. Denn für die kleinen Tröpfchen ist Luft ähnlich zäh, wie Honig für eine darin befindliche Murmel. Sofern die in der Grenzschicht gefangenen Tröpfchen eine passende Größe haben, werden sie also einerseits von dem vertikalen Dampfstrom levitiert und andererseits von der sich überlagernden Horizontalströmung auf den Staupunkt zu verschoben.

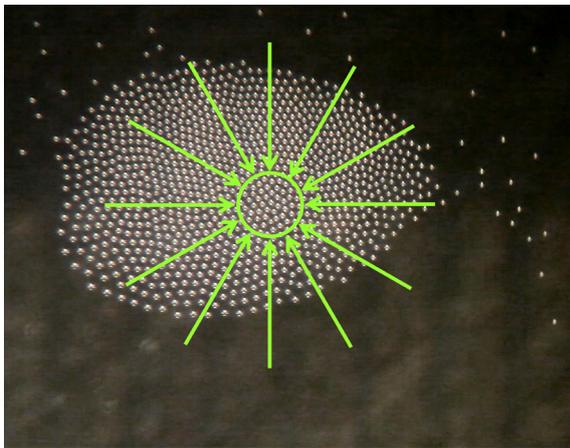


Abb.11: Eine Gruppe von Tröpfchen wird von horizontalen Konvektionsströmungen (grüne Pfeile) auf deren Staupunkt zu getrieben. Dort herrscht die größte Tröpfchendichte.

Indizien für das Vorhandensein dieser Strömungsverhältnisse liefert Abbildung 11. Das Foto zeigt eine Ansammlung schwebender Tröpfchen, zu der sich von außen weitere gesellen. Auffällig ist, dass die Tröpfchendichte im Inneren der Ansammlung deutlich größer ist, als an ihrem Rand. Um dies zu erklären, kann man sich die dort vorherrschenden

Strömungsverhältnisse am Beispiel von Wasser vor Augen führen, das aus einer gefüllten Badewanne in den Abfluss fließt. Während das in den Abfluss gelangte Wasser dem Auftriebsstrahl entspricht, verhält sich das zum Abfluss hin fließende Wasser analog zu dem horizontalen Zufluss an Kaltluft. Ähnlich wie sich die Strömungsgeschwindigkeit zum Abfluss hin vergrößert, geschieht dies auch bei der zufließenden Kaltluft. Die schwebenden Tröpfchen werden daher von der (in der Grenzschicht verminderten) horizontalen Strömung umso stärker in die Richtung der heißesten Zone getrieben, je näher sie ihr kommen.

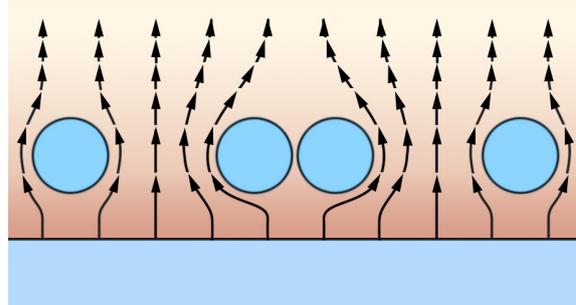


Abb.12: Tröpfchen, die sich nahe kommen, werden vermutlich vom vertikalen Dampfstrom so umströmt, dass sich Reibungskräfte und Druckunterschiede ergeben, die sie wieder voneinander entfernen.

Um experimentelle Einsichten darüber zu gewinnen, was die Tröpfchen dennoch untereinander auf Distanz hält, reichten die verfügbaren schulischen Mittel nicht mehr aus. Von daher können hier nur bloße Vermutungen darüber geäußert werden. Ausgehend von der sehr regelmäßigen Anordnung der Tröpfchen kann man sich fragen, was wohl einem Tröpfchen widerfahren würde, wenn es diese Ordnung verlässt und sich einem benachbarten Tröpfchen nähert. Im Extremfall großer Annäherung, wie er in Abbildung 12 dargestellt ist, wäre der Weg für den vertikalen Dampfstrom zwischen beiden Tröpfchen hindurch dann so stark verengt, dass er sich außen an den Tröpfchen vorbei zwängen müsste. Geht man von einer laminaren Umströmung des Tröpfchenpaares aus, so würden an seiner Unterseite nunmehr Reibungskräfte auftreten, die ein Auseinanderdriften des Paares bewirken würden. Die an der Oberseite auftretenden Reibungskräfte würden dagegen in genau die entgegengesetzte Richtung wirken. Da aber die Strömungsgeschwindigkeit an der Unterseite vermutlich größer ist, als an der Oberseite, wie dies im vorigen Abschnitt erläutert wurde, überwiegen die an der Unterseite wirkenden Reibungskräfte, so dass sich die Tröpfchen so weit voneinander entfernen, bis in der Horizontalen keine resultierenden Reibungskräfte mehr auf sie wirken.

Neben dem Auftreten horizontal wirkender Reibungskräfte könnten zugleich auch Kräfte eine Rolle spielen, die durch Druckunterschiede zustande kommen. Denn wenn das eng beieinander stehende Tröpfchenpaar an seinen Außenseiten schneller

umströmt wird, als an den Seiten, die sich gegenüber liegen, könnte sich aufgrund des Bernoulli-Effekts, auf beiden Seiten jedes Tröpfchens ein Druckunterschied ergeben. Die dadurch hervorgerufenen Kräfte wären ebenfalls so gerichtet, dass sie das Tröpfchenpaar separieren würden. Zur Veranschaulichung kann man eine analoge Situation mit zwei Bällen herstellen, die man an langen Fäden, direkt nebeneinander, quer zu einem Luftstrom aufhängt. Dabei zeigt sich, dass die Bälle tendenziell auseinander streben, wobei Turbulenzen aber meist dazu führen, dass eine Oszillation auftritt, wegen der die Bälle auch wieder zusammen stoßen. Eine derartige Oszillation würde im Falle der Tröpfchen nicht auftreten, weil sie wegen der sehr kleinen Reynoldszahl bereits im Ansatz weggedämpft werden würde.

5. Literatur

- [1] Suhr, Wilfried; Schlichting, H. Joachim (2009): Quételet auf dem Tee - ein Naturphänomen ganz aus der Nähe. In: Nordmeier, V.; Grötzebauch, H. (Hrsg.): Didaktik der Physik - Bochum 2009. Berlin: Lehmanns Media. ISBN 978-3-86541-371-0
- [2] Schaefer, V. J. (1971): Observations of an Early Morning Cup of Coffee. In: Am. Sci. 59, 5, 534-535
- [3] Fedorets, A. A. (2004): Droplet Cluster. In: JETP Letters, 79, 8, 2004, 372-374
- [4] Shavlov, A. V.; Dzumandzi, V. A. (2012): Geometrical Parameters of a Water Dropwise Cluster. In: JETP, 114, 2, 253-256